

~ Corrigé du baccalauréat ES Nouvelle-Calédonie ~
 17 novembre 2014

EXERCICE 1

5 points

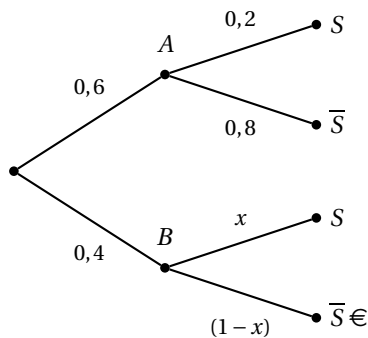
Commun à tous les candidats

On note A l'évènement « le touriste interrogé utilise la compagnie A ».

On note $B = \bar{A}$ l'évènement « le touriste interrogé utilise la compagnie B ».

On note S l'évènement « le touriste est satisfait du transport utilisé ».

On sait que $p(S) = 0,48$ et $p(A) = 0,6$



1. La probabilité que ce touriste ait choisi la compagnie A et soit satisfait de son transport est : $p(A \cap S) = 0,6 \times 0,2 = 0,12$.

On trouve alors la réponse **b.**

Non demandé mais on peut trouver x car $0,48 = 0,12 + 0,4 \times x$ donc $x = 0,9$.

2. La probabilité que ce touriste ait choisi la compagnie A sachant qu'il est satisfait de son transport c'est $p_S(A) = \frac{p(A \cap S)}{p(S)} = \frac{0,12}{0,48} = 0,25$.

On trouve alors la réponse **c.**

3. On a $n = 100 \geq 30$; $np = 100 \times 0,48 > 5$ et $n(1-p) = 100 \times 0,52 = 52 > 5$. Donc un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de F est :

$$\left[p - 1,96\sqrt{\frac{p \times (1-p)}{n}} ; p + 1,96\sqrt{\frac{p \times (1-p)}{n}} \right].$$

Ici $p = 0,48$ et $n = 100$.

On trouve alors la réponse **a.** $[0,382 ; 0,578]$.

4. $p(X \leq 40) \approx 0,0548$ selon la calculatrice.

On trouve alors la réponse **a.** 0,055.

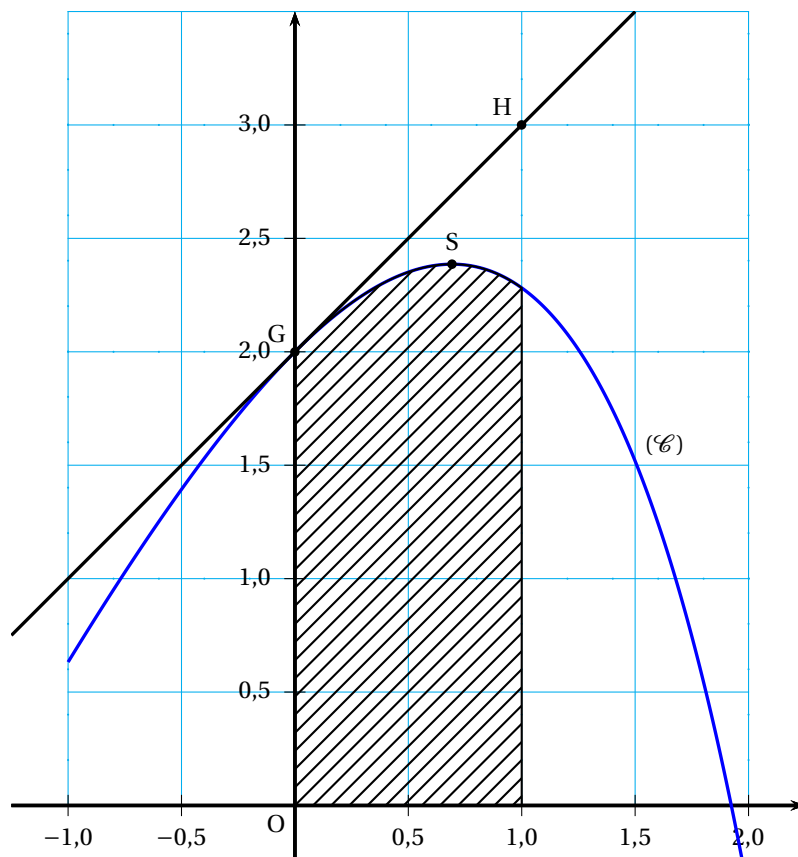
5. La probabilité que la traversée entre le continent et l'île dure au moins 35 minutes est : $p(D \geq 35) = p(D \in [35 ; 50]) = \frac{15}{20}$.

On trouve alors la réponse **d.** 0,75.

EXERCICE 2

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et L

**Partie A**

Dans cette partie aucune justification n'est demandée. Par lecture graphique :

- $f(0) = y_G$ car G est sur (\mathcal{C}) et son abscisse vaut 0, donc $f(0) = 2$.
 $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente au point G c'est
 $f'(0) = \frac{y_H - y_G}{x_H - x_G} = \frac{3 - 2}{1 - 0} = 1$; $f'(0) = 1$.
- Sur $[-1 ; 2]$ les solutions de $f'(x) \leq 0$ sont les x de l'intervalle sur lequel f est décroissante c'est $[\ln(2) ; 2]$.
- Il faut quatre carreaux du graphique pour faire une unité d'aire, or il y a entre 8 et 10 carreaux hachurés, donc l'aire hachurée mesure entre 2 et 3 unité d'aire.

Partie B

On admet que la fonction f est définie sur $[-1 ; 2]$ par

$$f(x) = ax + b - e^x$$

où a et b sont deux réels.

- Calculer $f'(x) = a - e^x$.

2. On sait que $f'(0) = 1$ donc $a - 1 = 1$, donc $a = 2$ et que $f(0) = 2$ donc $b - 1 = 2$, donc $b = 3$

$$f(x) = 2x + 3 - e^x.$$

3. Sur $[-1 ; 2]$, une primitive F de la fonction f est la fonction ;

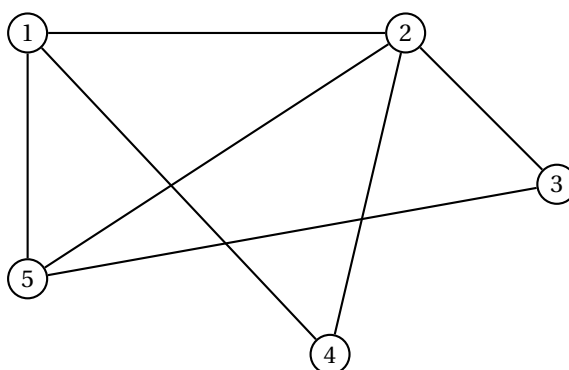
$$F(x) = x^2 + 3x - e^x.$$

4. La valeur exacte, en unités d'aire, de l'aire du domaine hachuré sur le graphique est donné par $F(1) - F(0) = 5 - e$.
 Cette valeur est environ 2,3, ce qui convient avec A)3)

EXERCICE 2

5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité



1.

sommets	1	2	3	4	5
degré	3	4	2	2	3

Comme il y a exactement deux sommets de degré impair 1 et 5, il y a une chaîne eulérienne qui commence et finit par chacun de ces deux sommets, et comme la somme des degrés est 14, il y a 7 arêtes.

1,2,4,1,5,3,2,5 est un tel itinéraire complet d'accrobranches, empruntant une fois et une seule chaque parcours et commençant par l'arbre numéro 1.

2. a. La matrice M :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- b. On utilise la matrice M^3 , et son coefficient situé en première ligne quatrième colonne.

C'est 5 ; c'est le nombre d'« itinéraires express » qui débutent à l'arbre numéro 1, empruntent trois parcours d'accrobranches et finissent à l'arbre 4. Ce sont

1, 5, 2, 4 ; 1, 2, 1, 4 ; 1, 5, 1, 4 ; 1, 4, 1, 4 ; 1, 4, 2, 4.

3. a. On sait que $K(20 ; 0)$ est sur la courbe \mathcal{C} donc $f(x_K) = y_K$ donc $f(20) = 0$ or $f(20) = a \times 20^2 + b \times 20 + c$ donc $400a + 20b + c = 0$, c'est la première ligne du système .

On sait que $J(10 ; 2,5)$ est sur la courbe \mathcal{C} donc $f(x_J) = y_J$ donc $f(10) = 2,5$ or $f(10) = a \times 10^2 + b \times 10 + c$ donc $100a + 10b + c = 0$, c'est la deuxième ligne du système .

On sait que $I(2 ; 8,1)$ est sur la courbe \mathcal{C} donc $f(x_I) = y_I$ donc $f(2) = 8,1$ or $f(2) = a \times 2^2 + b \times 2 + c$ donc $4a + 2b + c = 0$, c'est la troisième ligne du système .

b. Prenons $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $Y = \begin{pmatrix} 0 \\ 2,5 \\ 8,1 \end{pmatrix}$ alors le système précédent est équivalent à

$$UX = Y \quad \text{o\`a} \quad U = \begin{pmatrix} 400 & 20 & 1 \\ 100 & 10 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

c. La calculatrice nous permet de savoir que U^{-1} existe .

On sait qu'alors : $UX = Y \iff X = U^{-1}Y$.

On trouve à la calculatrice que

$$U^{-1}Y = \begin{pmatrix} \frac{1}{40} \\ 40 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Ainsi, $a = \frac{1}{40}$, $b = -1$ et $c = 10$.

EXERCICE 3

5 points

1. Si on désigne par a_n le nombre d'abonnements l'année $2010 + n$, l'année d'après, en $2010 + (n + 1)$, de ces abonnements il en reste 60% donc $0,6 \times a_n$, et on y rajoute 400 pour avoir le nombre d'abonnements l'année $2010 + (n + 1)$ donc

$$a_{n+1} = 0,6a_n + 400.$$

De plus a_0 qui désigne le nombre d'abonnements l'année 2010 vaut 1 500.

2. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = a_n - 1000$.

a. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = a_{n+1} - 1000$

$$v_{n+1} = (0,6a_n + 400) - 1000$$

$$v_{n+1} = 0,6a_n - 600 \text{ or } 600 = 0,6 \times 1000$$

$$v_{n+1} = 0,6(a_n - 1000)$$

$$v_{n+1} = (0,6v_n).$$

La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,6$ et de premier terme : $v_0 = a_0 - 1000$

$$v_0 = 1500 - 1000$$

$$v_0 = 500.$$

b. On sait que pour une suite géométrique, pour tout $n \in \mathbb{N}$ $v_n = v_0 \times q^n$ donc $v_n = 500 \times 0,6^n$.

c. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n = v_n + 1000$, donc $a_n = 500 \times 0,6^n + 1000$.

3. a. On multiplie le nombre d'abonnements par le prix d'un abonnement :

$$1500 \times 400 = 600000.$$

b. Quand une quantité augmente de 5%, par a chaque quantité est obtenue en multipliant la précédente par le coefficient multiplicateur $(1 + \frac{5}{100}) = 1,05$, donc pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$P_{n+1} = 1,05 \times P_n$$

La nature de la suite (P_n) est donc géométrique de raison 1,05, de premier terme $P_0 = 400$.

Et comme au 2)b), pour tout $n \in \mathbb{N}$, $P_n = 400 \times 1,05^n$.

- c. Pour l'année 2010 + n , la recette totale annuelle s'obtient en multipliant le nombre d'abonnements par le prix d'un abonnement $R_n = a_n \times P_n$

$$R_n = (500 \times 0,6^n + 1000) \times (400 \times 1,05^n).$$

- d. A l'aide de la calculatrice on voit que les valeurs de la suite (P_n) commencent par diminuer puis elles augmentent à partir de $n = 3$;
 $R_8 = 595945$; $R_9 = 623658$, donc c'est pour $n = 9$ donc en 2019 que pour la première fois, la recette de cette société dépassera celle obtenue en 2010 qui était de 600000.

EXERCICE 4

5 points

Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur $]1 ; 10]$ par

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

1. a. Rappel : \ln est définie dérivable sur $]0 ; +\infty[$.

$$f'(x) = \frac{\ln'(x) \times x - \ln(x) \times 1}{x^2}$$

Or $\ln'(x) = \frac{1}{x}$, donc $\ln'(x) \times x = \frac{1}{x} \times x = 1$ donc

$$f'(x) = \frac{1 - \ln(x)}{x^2} \text{ sur }]1 ; 10].$$

- b. $f'(x)$ est du signe de $(1 - \ln(x))$ sur $]1 ; 10]$ car son dénominateur est x^2 et $x^2 > 0$.

Or pour tout x de $]0 ; +\infty[$,

$$1 - \ln(x) > 0 \iff 1 > \ln(x) \text{ or } 1 = \ln(e) \text{ et } \ln \text{ est croissante sur }]0 ; +\infty[$$

$$1 > \ln(x) \iff \ln(e) > \ln(x) \iff e > x.$$

L'intervalle $]1 ; 10]$ contient e donc f' change de signe en e et

$$f'(x) > 0 \iff 1 > \ln(x) \iff e > x$$

et $f(e) = \frac{\ln(e)}{e} = \frac{1}{e}$

x	1	e	10
$f'(x)$		+	0 -
f	0	$\frac{1}{e}$	$\frac{\ln(10)}{10}$

2. a. Si $u(x) = 1 - \ln(x)$ alors $u'(x) = -\frac{1}{x}$

si $v(x) = x^2$ alors $v'(x) = 2x$

$$u'(x) \times v(x) - u(x) v'(x) = -\frac{1}{x} \times x^2 - (1 - \ln(x)) \times 2x$$

$$u'(x) \times v(x) - u(x) v'(x) = -x - 2x + \ln(x) \times 2x$$

$$u'(x) \times v(x) - u(x) v'(x) = -3x + \ln(x) \times 2x$$

$$u'(x) \times v(x) - u(x) v'(x) = x \times (-3 + 2\ln(x))$$

$$f''(x) = \frac{x \times (2\ln(x) - 3)}{(x^2)^2}, \text{ or } (x^2)^2 = x^4 \text{ qui se simplifie avec } x$$

$$f''(x) = \frac{(2\ln(x) - 3)}{x^3} \text{ sur } [1; 10].$$

b. $f''(x)$ est du signe de $(2\ln(x) - 3)$ sur $[1; 10]$ car son dénominateur est x^3 et $x^3 > 0$.

Or pour tout x de $]0; +\infty[$,

$$2\ln(x) - 3 > 0 \iff 2\ln(x) > 3 \iff \ln(x) > 1,5 \iff x > e^{1,5}.$$

L'intervalle $[1; 10]$ contient $e^{1,5}$ donc f'' change de signe en $e^{1,5}$ et

$$f''(x) > 0 \iff 1,5 < \ln(x) \iff e^{1,5} < x.$$

x	1	$e^{1,5}$	10
$f''(x)$	-	0	+

c. La courbe \mathcal{C} possède un point d'inflexion au point d'abscisse $e^{1,5}$ car en cette valeur de x , f'' s'annule en changeant de signe .

3. On considère l'algorithme suivant :

```

INITIALISAIT
    X PREND LA VALEUR 2
    Y PREND LA VALEUR ln(2)/2
    Z PREND LA VALEUR ln(2,1)/2,1

TRAITEMENT
    TANT QUE (Y < Z) FAIRE
        X PREND LA VALEUR X + 0,1
        Y PREND LA VALEUR ln(X)/X
        Z PREND LA VALEUR ln(X+0,1)/(X+0,1)
    FIN TANT QUE

SORTIE
    AFFICHER X
    
```

X	Y	Z	Test : $Y < Z$
2	0,346 6	0,353 3	vrai
2,1	0,353 3	0,358 4	vrai
2,2	0,358 4	0,362 1	vrai
2,3	0,362 1	0,364 8	vrai
2,4	0,364 8	0,366 5	vrai
2,5	0,366 5	0,367 5	vrai
2,6	0,367 5	0,367 9	vrai
2,7	0,367 9	0,367 7	faux

b. La valeur affichée en sortie est la dernière valeur de X du tableau c'est 2,7. c'est sur l'intervalle $[2,7; 2,8]$ que la fonction f atteint son maximum : après avoir été croissante, elle décroît car $e \in [2,7; 2,8]$.