EXERCICE 1 **Commun à tous les candidats** 5 points

Partie A

1. La part en pourcentage de la surface en mode de production biologique dans la SAU est :

$$\frac{583\,799}{27\,537\,688} \approx 2,12\ \%$$

> La part en pourcentage de la surface en mode de production biologique dans la SAU est de 2,12 %

2. Le pourcentage d'évolution entre 2 007 et 2 008 est :

$$\frac{583\,799 - 557\,133}{557\,133} \approx 4,79\ \%$$

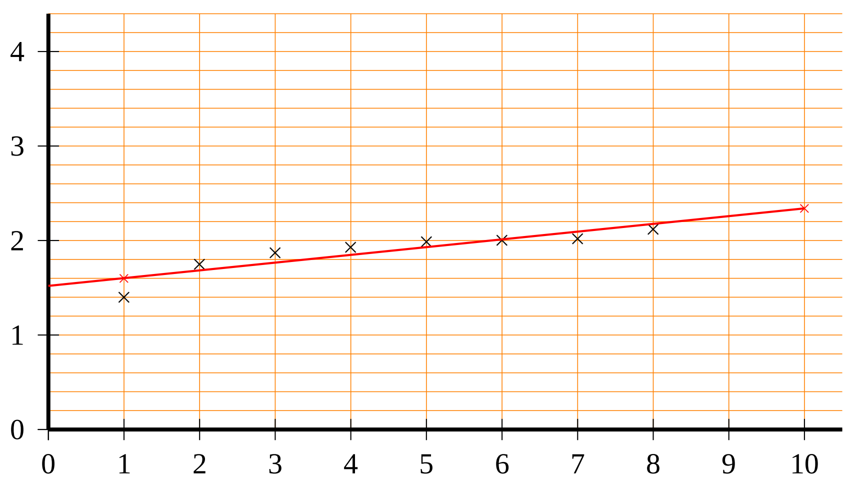
> Le pourcentage d'évolution de la surface en mode de production biologique entre 2 007 et 2 008 est 4,79 % arrondi à 0,01 %.

Partie B

1. A la calculatrice, on trouve que l'équation de la droite d'ajustement affine de y en x est :

> $y = 0,08x + 1,52$ où les cœfficients sont arrondis à 10^{-2}.

2. Cette droite passe par les points $(1\ ;\ 1,6)$ et $(10\ ;\ 2,34)$. (On peut aussi utiliser le point moyen $G\,(4,5\ ;\ 1,885)$.)

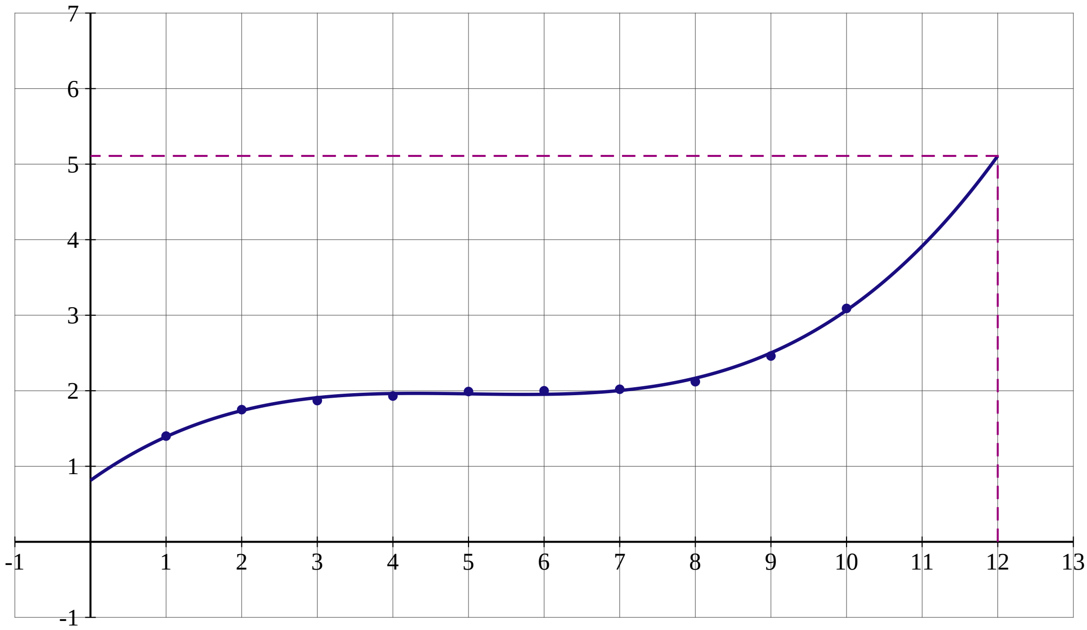


3. Avec l'ajustement précédent, on trouve que la part en pourcentage de la surface en mode biologique est :
   - Pour 2 009 : $x = 9$ donc $y = 0,08 \times 9 + 1,52 = 2,24$.
   - Pour 2 010 : $x = 10$ donc $y = 0,08 \times 10 + 1,52 = 2,34$.

   Les valeurs calculées sont très inférieures à celles données sur le site.

> L'ajustement affine précédent n'est pas adapté à ces nouvelles données.

Partie C

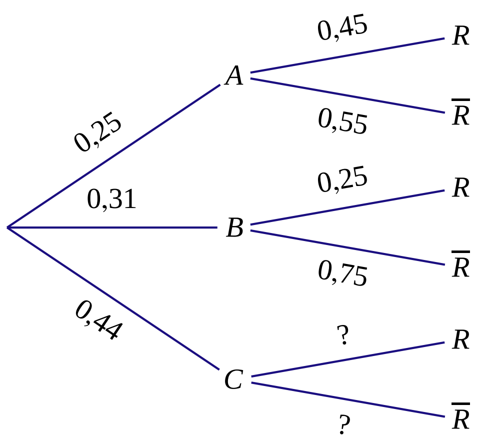


Avec ce modèle, en 2 012, on a $x = 12$ et $f(12) \approx 5{,}1$. (On peut aussi faire une lecture graphique sur le document donné en annexe)

Avec ce nouveau modèle, les calculs montrent que l'objectif des 6 % fixé lors du Grenelle de l'environnement ne sera pas atteint.

Exercice 2 **Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité** 5 points

1.



2. a) $p(A \cap R) = p(A) \times p_A(R) = 0{,}25 \times 0{,}45 = 0{,}1125$.

$$p(A \cap R) = 0{,}1125.$$

b) L'évènement « Le questionnaire tiré est celui d'un retraité acheteur de 3 à 4 familles de produits » est : $B \cap R$.
$p(B \cap R) = p(B) \times p_B(R) = 0{,}3 \times 0{,}25 = 0{,}0775$.

$$p(B \cap R) = 0{,}0775.$$

c) Si 21,7 % des acheteurs sont des retraités, on a $p(R) = 0{,}217$.
Comme les évènements A, B et C forment une partition de l'univers constitué par l'ensemble des acheteurs, d'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} p(R) &= p(A\cap R)+p(B\cap R)+p(C\cap R)\\ p(C\cap R) &= p(R)-p(A\cap R)-p(B\cap R)\\ p(C\cap R) &= 0{,}217-0{,}1125-0{,}0775\\ p(C\cap R) &= 0{,}027 \end{aligned}$$

$$p(C\cap R)=0{,}027$$

3. Sachant que la fiche tirée est celle d'un client ayant acheté 5 familles de produit ou plus, la probabilité que ce soit celle d'un retraité est :

$$p_C(R)=\frac{p(C\cap R)}{p(C)}=\frac{0{,}027}{0{,}44}\approx 0{,}061 \text{ soit } 6{,}1\ \%$$

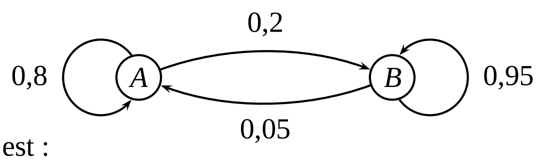
Le responsable des ventes lancera une campagne publicitaire.

EXERCICE 2 **Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité** 5 points

1. On sait qu'en 2 010, 40 % de la population habite la zone A et 60 % la zone B. Par conséquent la matrice P_0 de l'état initial est :

$$P_0=\begin{pmatrix}0{,}4 & 0{,}6\end{pmatrix}$$

2.



3. a) La matrice de transition M est :

$$M=\begin{pmatrix}0{,}8 & 0{,}2\\ 0{,}05 & 0{,}95\end{pmatrix}$$

b) La répartition de la population en 2 012 est donnée par la matrice P_2 :

$$p_2=P_0\times M^2=\begin{pmatrix}0{,}4 & 0{,}6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0{,}8 & 0{,}2\\ 0{,}05 & 0{,}95\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}0{,}3125 & 0{,}6875\end{pmatrix}$$

En 2 012, 31,25 % de la population habitera la zone A, alors que 68,75 % habitera la zone B.

4. a) $P=PM \iff \begin{pmatrix}a & b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a & b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0{,}8 & 0{,}2\\ 0{,}05 & 0{,}95\end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix}a & b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}8a+0{,}05b & 0{,}2a+0{,}95b\end{pmatrix}$.

On en déduit que $a=0{,}8a+0{,}05b$ et on résoud le système :

$$\begin{cases} a+b=1\\ a=0{,}8a+0{,}05b \end{cases} \iff \begin{cases} a+b=1\\ 0{,}2a-0{,}05b=0 \end{cases} \iff \begin{cases} a+b=1\\ a+0{,}25b \end{cases}$$

Par élimination $1{,}25b=1 \iff b=\dfrac{1}{1{,}25}=0{,}8$ et par suite $a=1-b=1-0{,}8=0{,}2$.

La matrice P telle que $P=MP$ est $P=\begin{pmatrix}0{,}2 & 0{,}8\end{pmatrix}$

b) On vient, au a), d'établir l'état stable. Par conséquent, on peut prévoir que dans un certain temps 20 % de la population habitera la zone A et 80 % la zone B.

Le maire a raison de vouloir prévoir de nouvelles infrastructures.

EXERCICE 3 **Commun à tous les candidats** 4 points

1. Au point A d'abscisse 1 la tangente à la courbe C est parallèle à l'axe des abscisses, donc $f'(1) = 0$.

Question 1 : réponse *b*.

2. Pour tout intervalle où $f'(x) \geqslant 0$, f est croissante. Sur le graphique, on voit que f est croissante pour tout $x \in [1 ; 6]$.

Question 2 : réponse *c*.

3. Sur $[3 ; 5]$, f est positive, donc $I = \int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ est l'aire sous la courbe entre 3 et 5.
En comptant les unités d'aires (les rectangles sur le graphique) et en procédant par élimination, on trouve : $12 < I < 13$.

Question 3 : réponse *a*.

4. Puisque F est une primitive de f sur $]0 ; 6]$, on a $F'(x) = f(x)$ pour tout $x \in]0 ; 6]$.
Par ailleurs, on sait que C passe par $A\ (1 ; 4)$ donc $f(1) = 4$ soit $F'(1) = 4$.
On recherche parmi les 4 fonctions proposées celle dont le nombre dérivé en 1 vaut 4.

- Si $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$, alors $F'(x) = x + 2$ et $F'(1) = 3 \neq 4$.
- Si $F(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$, alors $F'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ et $F'(1) = -1 \neq 4$.
- Si $F(x) = 2x + \ln x$, alors $F'(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$ et $F'(1) = 3 \neq 4$.
- Si $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \ln x$, alors $F'(x) = x + 2 + \dfrac{1}{x}$ et $F'(1) = 4$.

Question 4 : réponse *c*.

EXERCICE 4 **Commun à tous les candidats** 6 points

Partie A

1. f est dérivable sur $[0 ; 6]$, donc $f'(x) = 200\mathrm{e}^{-x-1} + (200x - 300)(-1)\mathrm{e}^{-x-1} = \mathrm{e}^{-x-1}(200 - 200x + 300)$.

Pour tout $x \in [0 ; 6]$, $f'(x) = (500 - 200x)\mathrm{e}^{-x-1}$.

2. Pour tout $x \in [0 ; 6]$, $\mathrm{e}^{-x-1} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $500 - 200x$ qui est positif pour tout $x \leqslant 2{,}5$ et négatif pour tout $x \geqslant 2{,}5$. D'où les variations de f sur $[0 ; 6]$.

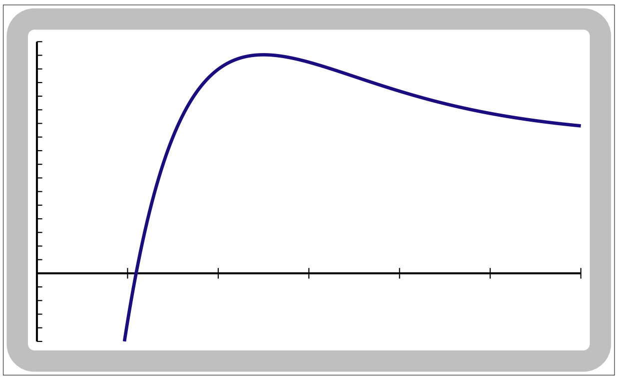
x	0		2.5		6
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	$-300\mathrm{e}^{-1}+10$	↗	$200\mathrm{e}^{-3,5}+10$	↘	$900\mathrm{e}^{-7}+10$

3. Le maximum de la fonction f est atteint pour $x = 2{,}5$ et il vaut $f(2{,}5) = 200\mathrm{e}^{-3{,}5} + 10 \approx 16{,}039$.

Le bénéfice est maximum pour 250 objets fabriqués et vendus et il est de 16 039 €à l'euro près.

4. Pour visualiser le maximum sur l'écran, on peut paramétrer la calculatrice de la manière suivante :

$$x_{\text{min}} = 0 \quad ; \quad x_{\text{max}} = 6$$
$$y_{\text{min}} = -5 \quad ; \quad y_{\text{max}} = 17$$



Partie B

1. L'entreprise ne vend pas à perte lorsque le bénéfice devient positif, c'est-à-dire, graphiquement, lorsque la courbe est située au dessus de l'axe des abscisses. On lit $x \approx 1{,}1$.

L'entreprise ne vend plus à perte à partir de 110 objets fabriqués et vendus.

2. La fonction f est définie continue et strictement croissante sur l'intervalle $[1 ; 2]$.
Par ailleurs, $f(1) = -100\mathrm{e}^{-2} + 10 \approx -3{,}53 < 0$ et $f(2) = 100\mathrm{e}^{-3} + 10 \approx 14{,}97 > 0$.
D'après le théorème de la valeur intermédiaire :

Il existe un réel unique $\alpha \in]1 ; 2[$ tel que $f(\alpha) = 0$.

3. A l'aide des tables de la calculatrice, on trouve :

$$1 < \alpha < 2$$
$$1{,}09 < \alpha < 1{,}1$$
$$1{,}094 < \alpha < 1{,}095$$

$\alpha = 1{,}09$ à 10^{-2} près.

4. Pour $x > \alpha$, on a $f(x) > \underbrace{f(\alpha)}_{=0}$.

A partir de 110 objets l'entreprise ne vend pas à perte.