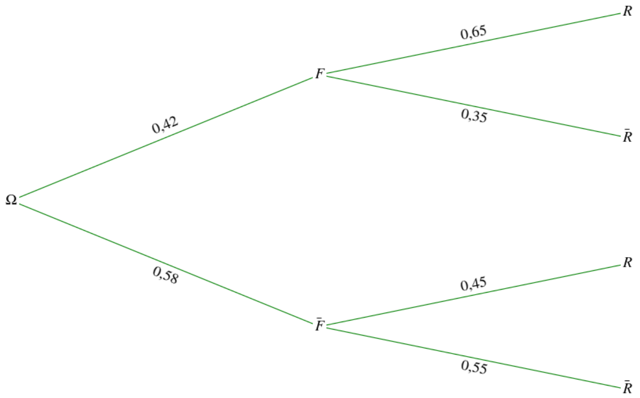
CORRECTION BAC ES obligatoire – 24 Juin 2015

Exercice 1 :

Partie A :

1.



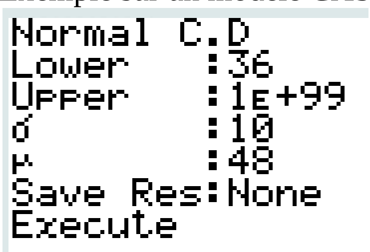
2. $p(F \cap R) = p(F) \times p_F(R) = 0,42 \times 0,65 = 0,273$

3. $p(R) = p(F \cap R) + p(\overline{F} \cap R) = 0,273 + 0,58 \times 0,45 = 0,534$

Partie B :

1. Il faut calculer grâce à la calculatrice $p(X \geq 36) = p(36 \leq X \leq +\infty)$

Exemple sur un modèle CASIO :



On peut aussi utiliser la formule : $p(X \geq 36) = p(36 \leq X \leq 48) + 0,5 \approx 0,385 + 5 \approx 0,885$

2. Il faut calculer $p_{X \geq 36}(X \leq 60) = \dfrac{p(36 \leq X \leq 60)}{p(X \geq 36)} \approx \dfrac{0,770}{0,885} \approx 0,870$

Partie C :

1. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95%, étudiée en terminale, de la fréquence des personnes ayant uniquement acheté des accessoires dans un échantillon de taille *n = 1500* est :

$$\left[0,3 - 1,96\frac{\sqrt{0,3 \times (1-0,3)}}{\sqrt{1500}} \ ; \ 0,3 + 1,96\frac{\sqrt{0,3 \times (1-0,3)}}{\sqrt{1500}}\right] \approx [0,276 \ ; \ 0,324]$$

La borne inférieure a été arrondie par défaut et la borne supérieure par excès.

Remarque : les conditions $n \geq 30$, $np = 1500 \times 0,3 = 450 \geq 5$ *et* $n(1-p) = 1500 \times 0,7 = 1050 \geq 5$ sont remplies.

2.
La fréquence observée des personnes ayant acheté uniquement des accessoires dans l'échantillon de taille 1500 est :

$f = \dfrac{430}{1500} \approx 0,287$

$0,287 \in [0,276; 0,324]$ donc on ne rejette pas l'hypothèse formulée par le gérant au seuil de risque 5%.

Exercice 2 :

1. $u_3 = 2000 \times 1,008^{3-1} \approx 2032,13$

Le coût de forage des 30 premiers mètres est : 2000 + 2016 + 2032,13=6048,13

2. a. $u_{n+1} = 1,008 \times u_n$

La suite est géométrique de raison 1,008.

2. b. Le pourcentage d'augmentation est donc 0,8%.

3. a.

I		2	3	4	5
U	2000	2016	2032,13	2048,39	2064,78
S	2000	4016	6048,13	8096,52	10161,3

b. La valeur de S en sortie est : 10 161,3. Elle représente le coût de forage des 50 premiers mètres.

4.a. On résout

$S_n \leq 125\,000$

$-250000 + 250000 \times 1,008^n \leq 125000$

$250000 \times 1,008^n \leq 125000 + 250000$

$250000 \times 1,008^n \leq 375000$

$1,008^n \leq \frac{375000}{250000}$

$1,008^n \leq 1,5$

$\ln 1,008^n \leq \ln 1,5$

$n \ln 1,008 \leq \ln 1,5$

$n \leq \frac{\ln 1,5}{\ln 1,008}$

$n \leq 50,9$

La profondeur maximale est donc 50 mètres.

On peut aussi utiliser le menu table de la calculatrice : on trouvera alors $S_{50} \approx 122363,08 \quad et \quad S_{51} \approx 125341,98$

4. b.

Au lieu de « pour i allant de 2 à n », il faut mettre « tant que S $\leq$ 125000 »

Au lieu de « afficher S », il faut mettre « afficher n »

Exercice 3 :

Partie A :

1.a. $f'(-3)=0$: tangente horizontale

1. b. $f(0)=2 \quad et \quad f'(0)=\frac{-6}{2}=-3$

2. a. $f'(x)=0+1\times e^{-x}+(x+b)\times\left(-e^{-x}\right)=e^{-x}(1-x-b)$

2. b. $f'(0)=-3 \Leftrightarrow f'(0)=e^{-0}(1-0-b)=-3 \Leftrightarrow 1-b=-3$
$f(0)=2 \Leftrightarrow f(0)=a+(0+b)e^{-0}=2 \Leftrightarrow a+b=2$

2. c. $1-b=-3 \Leftrightarrow b=4$
$a+b=2 \Leftrightarrow a=2-b \Leftrightarrow a=-2$

Partie B :

1. $f(x)=-2+(x+4)e^{-x}$

Donc $f'(x)=0+1\times e^{-x}+(x+4)\times\left(-e^{-x}\right)=e^{-x}(1-x-4)=e^{-x}(-x-3)$

x	-4		-3		3
-x-3		+	0	−	
e^(-x)		+	|	+	
f'(x)		+	0	−	

x	-4		-3		3
f'(x)		+	0	−	
f(x)	-2	$\nearrow$	18,09	$\searrow$	-1,65

2.
$f(-3)\approx 18,09$
$f(3)\approx -1,65$
La fonction f est continue et strictement décroissante sur [-3 ; 3]. 0 est une valeur intermédiaire entre f(-3) et f(3).
Donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle [-3 ; 3].
D'après la calculatrice, $\alpha \approx 0,90$

3.a. Il faut calculer $\int_{-3}^{0} f(x)dx$ car la fonction *f* est positive sur l'intervalle [-3 ; 0]

3. b. Grâce à ces résultats, on peut en déduire que la fonction F définie par $F(x) = -2x + (-x-5)e^{-x}$ est la primitive de la fonction f car $F'(x) = f(x)$.

$$\int_{-3}^{0} f(x)dx = F(0) - F(-3) = -5 - (6 - 2e^3) = -5 - 6 + 2e^3 = -11 + 2e^3 \approx 29{,}17$$

<u>Exercice 4 :</u>

$f(x) = 3x - 3x\ln x$

Donc $f'(x) = 3 - \left[3\ln x + 3x \times \frac{1}{x}\right] = 3 - 3\ln x - 3 = -3\ln x$

L'équation de la tangente au point d'abscisse 1 a pour équation $y = f'(1) \times (x-1) + f(1)$

Donc T : $y = 0 \times (x-1) + 3 = 3$

La première idée est d'étudier le signe de $f(x) - y = 3x - 3x\ln x - 3$

Cette étude de signe est très complexe.

La deuxième idée est de dresser le tableau de variation pour avoir une visualisation de la courbe de la fonction.

x	0		1		$+\infty$
-3		$-$		$-$	
lnx		$-$	0	$+$	
f'(x)		$+$	0	$-$	

x	0		1		$+\infty$
f'(x)		$+$	0	$-$	
f(x)	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

On remarque que le maximum de la fonction est 3.
La fonction est donc sous la tangente horizontale T ; elle coupe la tangente au point d'abscisse 1.

Enfin la troisième idée plus rapide est d'étudier la convexité de la fonction.

$$f''(x) = -3 \times \frac{1}{x} = \frac{-3}{x}$$

Il faut alors étudier le signe de $f''(x)$: voir tableau ci-dessous.

On en déduit que la fonction est concave car la dérivée seconde est négative.

x	0		1		$+\infty$
-3		$-$		$-$	
x		$+$		$+$	
f''(x)		$-$		$-$	

La courbe est donc sous les tangentes et donc sous la droite T.