ELEMENTS de CORRECTION
BACCALAUREAT MATHEMATIQUES
FILIERE S
(NON SPËCIALISTES)
ANNEE 2015

EXERCICE 1:
PARTIE 1 :

1) a) $P(c \leq X \leq d) = \int_c^d \left(\lambda e^{-\lambda x}\right)dx = \lambda \left[\frac{e^{-\lambda x}}{-\lambda}\right]_c^d = -\left(e^{-\lambda d} - e^{-\lambda c}\right) = e^{-\lambda c} - e^{-\lambda d}$

   b) $P(X > 20) = 0{,}05 \Leftrightarrow e^{-20\lambda} = 0{,}05 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\ln(0{,}05)}{-20} = 0{,}1497 \approx 0{,}15$

   c) $EX = \frac{1}{0{,}15} \approx 6{,}676$

   d) $P(10 \leq X \leq 20) = e^{-10\times 0{,}15} - e^{-20\times 0{,}15} \approx 0{,}173$

   e) $P(X > 18) = e^{-18\times 0{,}15} \approx 0{,}067$

2) a) $P(20 \leq Y \leq 21) \approx 0{,}015$ à la calculatrice.

   b) $P\big((Y < 11) \cup (Y > 21)\big) = P(Y < 11) + P(Y > 21) - P\big((Y < 11) \cap (Y > 21)\big)$

   $\approx 0{,}005 + 0{,}005 + 0 \approx 0{,}01$

PARTIE 2 :

1) $P_R(Z \geq 30) = 0{,}015 + 0{,}010 \approx 0{,}025$ où Z la valeur d'un bon d'achat et R l'évènement bon d'achat Rouge. De même V sera l'évènement bon d'achat vert.

2) $P(Z \geq 30) = P\big((Z \geq 30 \cap R) \cup (Z \geq 30 \cap V)\big) = P\big((Z \geq 30 \cap R)\big) + P\big((Z \geq 30 \cap V)\big)$

   $= 0{,}025\times 0{,}25 + 0{,}067\times 0{,}75 \approx 0{,}0565 \approx 0{,}057$

3) $n = 200 \geq 30; np = 200\times 0{,}057 > 5; n(1-p) > 5$ donc on a pour intervalle de fluctuation au seuil de 95% :

$$I = \left[0{,}057 - 1{,}96\times\frac{\sqrt{0{,}057(1-0{,}057)}}{\sqrt{200}}; 0{,}057 + 1{,}96\times\frac{\sqrt{0{,}057(1-0{,}057)}}{\sqrt{200}}\right] \approx [0{,}0248; 0{,}0891]$$

or $\frac{6}{200} = 0{,}03$ est dans I donc à 95% de chances la répartition est respectée.

EXERCICE 2:

1) a) (AB) a pour direction $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}$ donc (AB) est parallèle à l'axe (OI)

   b) $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}0\\4\\3\end{pmatrix}$ dirige (CD). Une équation paramétrique de (CD) est : $\begin{cases} x = 11 \\ y = 4\lambda \\ z = 3\lambda + 1 \end{cases}$ où λ est réel, et une équation d'un plan $\mathcal{P}$ contenant (CD) et parallèle à (OJK) est $x = 11$.

   c) Une équation de (AB) est $\begin{cases} x = 2\lambda \\ y = -1 \\ z = 5 \end{cases}$ où λ est réel. (AB) étant orthogonale à $\mathcal{P}$, elle ne peut être incluse dedans, sitôt, son intersection avec ce plan est réduite à un point. On vérifie aisément que $\in (AB)$, puisque ses coordonnées vérifient l'équation, puis que $E \in \mathcal{P}$ donc $\mathcal{P} \cap (AB) = E$

   d) $M(x; y; z) \in (AB) \cap (CD) \Leftrightarrow \begin{cases} 11 = 2\lambda \\ -1 = 4\lambda \\ 5 = 3\lambda + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{11}{2} \\ \lambda = -\frac{1}{4} \\ \end{cases}$ impossible. elles ne sont donc pas sécantes.

2) a) $M_tN_t^2 = (11-t)^2 + (0{,}8t+1)^2 + (1+0{,}6t-5)^2 = 2t^2 - 25{,}2t + 138$

b) $M_tN_t^2$ est du second degré donc le minimum est atteint pour $t = \frac{25{,}2}{2\times 2} = 6{,}3s$

EXERCICE 3: NON SPECIALITE

1) On résout l'équation proposée dans l'ensemble des nombres complexes et on a :
$\Delta = 64 - 4\times 64 = 3\times 64\times i^2 = 192i^2 \neq 0$ donc deux racines complexes conjuguées : a et b

2) a) $|a| = \sqrt{4^2 + \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 8$ et pour l'argument : $\cos(\theta) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $\quad \sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ d'où $\theta = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

b) D'où $a = 8e^{\frac{i\pi}{3}}$ et comme $b = \bar{a}$ alors $b = 8e^{-\frac{i\pi}{3}}$

c) $OA = |a| = |b| = OB = 8$ puisque a et b sont conjugués, puis comme $|c| = OC = 8$ alors les trois points A et B et C sont sur un même cercle de rayon 8.

d) On place les point dans le repère.

3) a) $b' = be^{\frac{i\pi}{3}} = 8e^{-\frac{i\pi}{3}}e^{\frac{i\pi}{3}} = 8$

b) $|a'| = \left|ae^{\frac{i\pi}{3}}\right|$. $\arg(a') = \arg\left(ae^{\frac{i\pi}{3}}\right) = \arg(a) + \arg\left(e^{\frac{i\pi}{3}}\right) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

4) a) On a r affixe de R milieu de $[A'B]$ soit $r = 0$ en appliquant la formule proposée. Puis $s = \frac{b'+8i}{2}$ soit $s = \frac{1}{2}(8\,e^{-\frac{i\pi}{3}}e^{\frac{i\pi}{3}} + 8i) = 4 + 4i$

b) $RS = |s - r| = \sqrt{32}$ puis $RT = |t - r| = 4\sqrt{2}$ puis $TS = |s - t| = 4\sqrt{2}$ donc le triangle est isocèle en T. (On pouvait aussi utiliser les arguments)

EXERCICE 4:
PARTIE 1 :

1) On dérive : $f'(x) = 1\times \ln(x+1) + \frac{x+1}{x+1} - 3 = \ln(x+1) - 2$.

2) $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq e^2 - 1$ donc pour $x \in [0; e^2-1], f'(x) \leq 0$ donc f décroît sur $[0; e^2-1]$ et sur $[e^2-1; 20]$ $f'(x) \geq 0$ donc f croît sur $[e^2-1; 20]$.

3) $f'(0) = -2$

4) On a $\int f(x)dx = \int g'(x)dx + \int -3x + 7\ \ dx = g(x) - \frac{3x^2}{2} + 7x$ est une primitive de f sur $[0; 20]$

PARTIE2 :

1) P1 :on fait $f(20) - f(e^2-1) \approx 8{,}32 > 8$ donc c'est vrai.
P2 :$|f'(0)| = 2$ et $f'(20) = 1{,}044$ donc c'est vrai.

2) Faces $ODCB$ et $AD'C'B'$:

$$2\times \int_0^{20} f(x)dx = 2\left[g(x) - \frac{3x^2}{2} + 7x\right]_0^{20} = 2\left(g(20) - 3\times\frac{20^2}{2} + 7\times 20 - g(0)\right) = 202{,}63m^2$$

Soit 40,52 litres de peinture environ, auxquels on ajoute ceux des faces $DD'C'C$: $10\times f(20) = 109{,}34$ soit 21,86 litres de peinture et pour $OAB'B$: $10\times f(0) = 70$ soit 14 litres.
Du coup on a 76,38 soit 77 litres.

3) a) Comme le repère est orthonormé, d'après le théorème de Pythagore appliqué à chaque triangle rectangle d'hypoténuse $[B_kB_{k+1}]$ pour k variant de 0 à 19 :

$B_kB_{k+1}^2 = \left(f(k) - f(k+1)\right)^2 + (k+1-k)^2 = 1 + \left(f(k+1) - f(k)\right)^2$ d'où :

$B_kB_{k+1} = \sqrt{1 + \left(f(k+1) - f(k)\right)^2}$

b) On complète l'algorithme par :
S prend la valeur 0
Pour K variant de 0 à 19
S prend la valeur S+10*$\sqrt{1 + \left(f(k+1) - f(k)\right)^2}$
Et on affiche S.