

Brevet Amérique du Sud novembre 2005

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

12 points

Exercice 1

Voici quatre calculs

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} & ; & \quad B = \sqrt{50} + 3\sqrt{2} \\ C &= (1 + 2\sqrt{3})^2 & ; & \quad D = \sqrt{1681} - \sqrt{81} \end{aligned}$$

Les résultats de Chloé sont les suivants :

$$A = \frac{1}{14} \quad ; \quad B = 8\sqrt{2} \quad ; \quad C = 13 + 4\sqrt{3} \quad ; \quad D = 40.$$

Les résultats de Chloé sont-ils justes ou faux ?

Justifier les réponses en détaillant les étapes de chaque calcul.

Exercice 2

Soit $E = x^2 - 4$ et $F = (x + 2)(3x + 1) - (x + 2)(2x + 3)$.

1. Calculer E pour $x = 0$, puis pour $x = 1$; calculer F pour $x = 0$, puis pour $x = 1$.
2. En factorisant E et en factorisant F , prouver que $E = F$ quelle que soit la valeur de x .
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $E = 0$?

Exercice 3

1. a. Reproduire le tableau ci-dessous et compléter chaque case par oui ou par non.

	2	5	9
1 035 est divisible par			
774 est divisible par			
322 est divisible par			

- b. D'après ce tableau, les fractions $\frac{774}{1035}$ et $\frac{322}{774}$ sont-elles irréductibles ?
Pourquoi ?

2. Calculer le PGCD de 322 et 1 035 par la méthode de votre choix.

La fraction $\frac{322}{1035}$ est-elle irréductible

Exercice 4

1. Résoudre l'inéquation $x + 15 \geq \frac{2}{3}(x + 27)$.
2. Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens.
Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

12 points

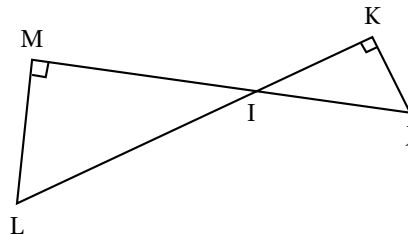
Exercice 1

On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur.

Les segments $[KL]$ et $[DM]$ se coupent au point I .

$IK = 4 \text{ cm}$; $JK = 2,4 \text{ cm}$ et $LM = 4,2 \text{ cm}$.

Le triangle IJK est rectangle en K . Le triangle LIM est rectangle en M .



1. Calculer la valeur exacte de la tangente de l'angle $\widehat{KIJ}$.
2. Pourquoi les angles $\widehat{KIJ}$ et $\widehat{LIM}$ sont-ils égaux ?
3. Donner l'expression de la tangente de l'angle $\widehat{LIM}$ en fonction de IM .
4. En s'aidant des réponses aux questions précédentes, prouver que la longueur IM en centimètres est un nombre entier.
5. Déterminer l'arrondi au degré de l'angle $\widehat{KIJ}$.

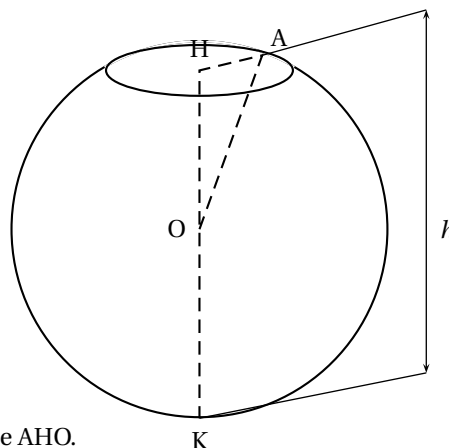
Exercice 2

Une calotte sphérique est un solide obtenu en sectionnant une sphère par un plan.

Un doseur de lessive liquide, représenté ci-contre, a la forme d'une calotte sphérique de centre O et de rayon $R = OA = 4,5 \text{ cm}$.

L'ouverture de ce récipient est délimitée par le cercle de centre H et de rayon $HA = 2,7 \text{ cm}$.

La hauteur totale de ce doseur est HK .



1. Dessiner en vraie grandeur le triangle AHO .
2. Calculer OH en justifiant puis en déduire que la hauteur totale HK du doseur mesure exactement $8,1 \text{ cm}$.
3. Le volume V d'une calotte sphérique de rayon R et de hauteur h est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \pi h^2 (3R - h).$$

Calculer en fonction de π le volume exact du doseur en cm^3 . En déduire la capacité totale arrondie au millilitre du doseur.

Exercice 3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; I, J)$; $OI = OJ = 1 \text{ cm}$.

1. Placer les points

$$A(3; 0); B(4; 3); C(-4,5; 0) \text{ et } D(-6; -4,5).$$

On admet que les points B , O et D sont alignés.

2. Donner sans justifier les longueurs CA et OC .
Montrer que $OB = 5 \text{ cm}$ et $OD = 7,5 \text{ cm}$.
3. Prouver que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
4. Calculer les coordonnées de M milieu de (AB) .
Placer le point M . Tracer la droite (OM) ; elle coupe le segment $[CD]$ en N .
5. La propriété de Thalès permet d'écrire :

$$\text{d'une part } \frac{OC}{OA} = \frac{CN}{AM}, \text{ et d'autre part } \frac{OC}{OA} = \frac{CD}{AB}$$

Quels sont les deux triangles considérés dans le premier cas ? dans le deuxième cas ?

6. En utilisant les deux égalités précédentes et en remplaçant AB par 2AM, prouver que N est le milieu de [CD].

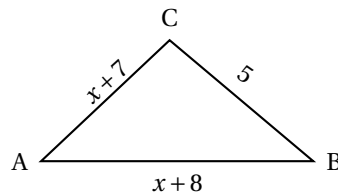
PROBLÈME**12 points**

x est un nombre positif compris entre 0 et 10 ; les longueurs sont exprimées en cm et les aires en cm^2 .

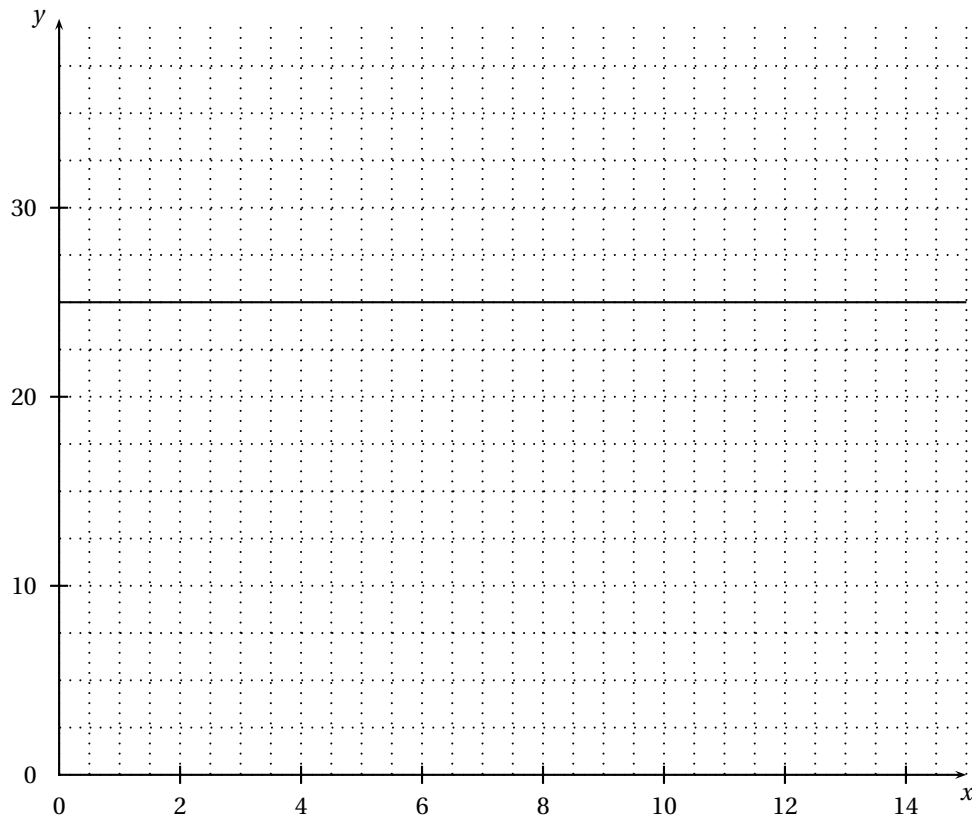
PREMIÈRE PARTIE

LA FIGURE CI-DESSOUS EST EFFECTUÉE À MAIN LEVÉE. IL S'AGIT DE SAVOIR S'IL EXISTE UNE VALEUR DE x POUR LAQUELLE ABC EST UN TRIANGLE RECTANGLE.

1. Calculer AB et AC lorsque $x = 4$. Lorsque $x = 4$, ABC est-il un triangle rectangle ? Justifier la réponse.
2. Développer et réduire : $(x+7)^2$ et $(x+8)^2$. En déduire : $AB^2 - AC^2 = 2x + 15$. Quelle est la valeur de $AB^2 - AC^2$ lorsque $x = 0$, lorsque $x = 10$? La valeur de BC^2 dépend-elle du nombre x ?



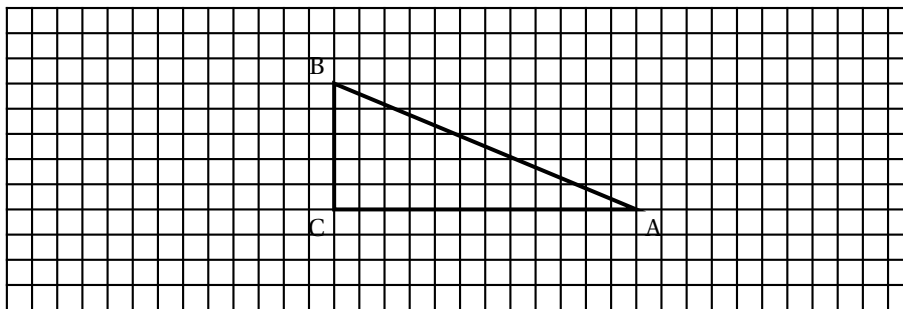
3. Soit f la fonction constante : $x \mapsto 25$ et g la fonction affine : $x \mapsto 2x + 15$. La représentation graphique de la fonction f est tracée dans le repère ci-après. Construire la représentation graphique de la fonction g dans ce même repère.



4. Nommer R le point d'intersection des représentations graphiques des fonctions f et g . Par lecture graphique et en faisant apparaître les tracés utiles, donner les coordonnées de R. Lorsque x est égal à l'abscisse de R, ABC est un triangle rectangle ; en quel sommet et pourquoi ?

DEUXIÈME PARTIE

Dans cette partie, $x = 5$. Le triangle ABC est alors rectangle en C ; il est représenté en réduction sur la figure ci-dessous.



1. Placer le milieu O de [AC] puis calculer l'aire de chacun des triangles ABC, BCO et ABO,
2. Placer le point D tel que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme. Quel est le rôle du point O pour le segment [BD] ? Pourquoi ? Calculer l'aire du quadrilatère ABCD.

TROISIÈME PARTIE

Dans cette partie, utiliser la figure précédente.

1. Construire les points M et P tels que :

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{BC}.$$

2. Citer, sans justifier, les images des points B, O et D par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.
Les points M, C et P sont-ils alignés ? Pourquoi ?
3. Construire l'image E de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et tracer en vert l'image du parallélogramme ABCD par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.
Quelle est l'aire du quadrilatère POME ? Pourquoi ?