

POURCENTAGES

Voici une notion très utilisée dans la vie courante. Je suis même sûre que vous l'avait déjà utiliser plusieurs fois. Par exemple, quand vous allez faire les soldes, vous devez certainement être tout le temps en train de calculer la valeur d'un produit après la réduction, j'ai raison ?

www.mathsbook.fr

I - PROPRIÉTÉS DES POURCENTAGES

Comment appliquer un pourcentage à un nombre ? Regardez, c'est la première propriété.

Propriété : Pour appliquer un pourcentage $t\%$ à un nombre, il faut le multiplier par :

$$\frac{t}{100}$$

Exemple : Vous allez dans un magasin acheter un article dont le prix en période normal s'élève à 15 euros, mais en cette période de soldes, il bénéficie d'une réduction de 30%.

Le prix, avec la réduction, s'élève donc à $15 - 4,5 = 10,5$ euros.

En effet :

$$\frac{30}{100} \times 15 = 4,5$$

Ce calcul nous montre que 30% de 15 est 4,5.

Comment appliquer un pourcentage à un nombre ? Regardez, c'est la définition.

Propriété : La partie q d'une quantité Q est égale à :

$$\frac{q}{Q} \times 100$$

Exemple : Prenons un second article à 40 euros.

S'il est réduit de 5 euros, soit à 35 euros, à combien, en pourcentage, s'élève la réduction ?

Facile.

$$\frac{5}{40} \times 100 = 12,5$$

La réduction est donc de 12,5%.

On a souvent recours aux pourcentages pour déterminer une évolution ou une diminution, par exemple en économie. Voici comment il faut faire.

Propriétés : Deux propriétés. Une pour l'augmentation, une pour la diminution.

- Augmenter une quantité de $t\%$ c'est la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
- Diminuer une quantité de $t\%$ c'est la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

Exemple : Une voiture coûte 15 000 euros.

Après une bonne négociation avec le vendeur, on arrive à avoir une remise de 15%.

Combien doit-on au vendeur.

Le prix est diminuer. On applique donc la formule de diminution.

$$\left(1 - \frac{15}{100}\right) \times 15000 = 12750$$

On devra payer 12 750 euros pour la voiture.

II - TAUX D'ÉVOLUTION

1 - TAUX D'ÉVOLUTION - POURCENTAGE D'ÉVOLUTION

Commençons par deux définitions.

Définition : Le pourcentage pour passé d'un nombre à un autre est appelé **pourcentage d'évolution**.

Dans l'exemple précédent, le pourcentage d'évolution est de 15%, soit 0,15.

Définition : On appelle **taux d'évolution** T , de la quantité Q_0 à la quantité Q_1 le nombre :

$$T = \frac{Q_1 - Q_0}{Q_0}$$

Exemple : Une robe passe de 15 à 20 euros. Calculer le taux d'évolution.

$$T = \frac{20 - 15}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Remarque : Ce taux peut bien sur être négatif si c'est une réduction.

Propriété : Soient t le pourcentage d'évolution de Q_0 à Q_1 et T le taux d'évolution de Q_0 à Q_1 .

On a alors :

$$T = \frac{t}{100}$$
$$Q_1 = (1 + T)Q_0$$

Pour mieux comprendre, prenons un exemple simple.

Exemple : Le taux d'évolution et le pourcentage d'évolution d'un produit qui passe de 20 à 45 euros sont respectivement de 1,25 et 125%.

En effet :

$$T = \frac{45 - 20}{20} = 1,25$$
$$T = \frac{t}{100} \iff t = 100 \times T = 125$$

Le prix a donc augmenté de 125%.

2 - ÉVOLUTIONS SUCCESSIVES

Il arrive parfois qu'il y est plusieurs augmentations les unes après les autres. Je vais vous montrer comment procédé dans ce cas là.

Propriété : Soient T_1 le taux d'évolution de Q_0 à Q_1 , T_2 le taux d'évolution de Q_1 à Q_2 et T le taux d'évolution de Q_0 à Q_2 .

On a alors :

$$Q_2 = (1 + T_1)(1 + T_2)Q_0$$
$$1 + T = (1 + T_1)(1 + T_2)$$

Je vais vous montrer qu'un article qui augmente de $t\%$ puis qui diminue de $t\%$ ne stagne pas.

Exemple : Un article augmente de 30% puis diminue de 30%. Calculons son taux d'évolution global.

$$T_1 = \frac{30}{100} = 0,3$$
$$T_2 = -\frac{30}{100} = -0,3$$

On a donc, si on applique bêtement la formule :

$$1 + T = (1 + 0,3)(1 - 0,3) = 1,3 \times 0,7 = 0,91$$

$$\Leftrightarrow T = 0,91 - 1 = -0,09$$

Le prix a globalement baissé de 9% et non stagner.

3 - EVOLUTIONS RÉCIPROQUES

Comme d'habitude, une petite définition pour démarrer la section.

Définition : On appelle **taux d'évolution réciproque** de la quantité Q_0 à la quantité Q_1 le nombre :

$$T' = \frac{Q_0 - Q_1}{Q_1}$$

Exemple : Une planche de bois massif passe de 10 à 8 euros. Calculer le taux d'évolution réciproque.

$$T' = \frac{10 - 8}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Remarque : Ce taux peut encore une fois être négatif si c'est une augmentation cette fois.

Propriété : Soient T le taux d'évolution de Q_0 à Q_1 et T' le taux d'évolution réciproque de Q_0 à Q_1 .

On a alors :

$$1 + T' = \frac{1}{1 + T}$$

Exemple : Un article subit une augmentation de 20%. Calculer son taux d'évolution réciproque.

Calculons d'abord T , le taux d'évolution.

$$T = \frac{20}{100} = 0,2$$

Et appliquons la formule.

$$1 + T' = \frac{1}{1 + 0,2} = \frac{1}{1,2} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow T' = \frac{5}{6} - 1 = -\frac{1}{6} \simeq 0,17$$

C'est fini. Encore une fois, il suffit juste d'appliquer la formule.