

EQUATIONS ET INÉQUATIONS

www.mathsbook.fr

I - RAPPELS ÉQUATIONS

Voici quelques rappels de 4ème pour commencer.

Définition : Une **équation** est une égalité comportant une lettre que l'on appelle **l'inconnue**. Le plus souvent, cette inconnue est x .

Le but est de trouver la valeur de cette inconnue pour que l'équation soit vérifiée.

Résoudre une équation, c'est donc trouver toutes les solutions de l'équation.

Résolution d'équations : Deux principes fondamentaux pour la résolution d'équations :

- **Transposition** : quand on fait passer un terme d'un membre (d'un côté) à l'autre dans une équation, on change son signe.
- **Multiplication et division** : on peut multiplier (ou diviser) les DEUX membres de l'équation par un même nombre (non nul). Quand on fait passer un produit dans l'autre membre de l'équation, il devient quotient et inversement.

Exemple simple : On va résoudre l'équation suivante :

$$3x - 1 = -4 + 5x$$

On va tout d'abord rassembler tous les x d'un côté et le reste de l'autre en pensant bien à changer les signes.

$$3x - 5x = -4 + 1$$

Le $5x$ de droite est devenu $-5x$ en passant à gauche et le -1 de gauche est devenu $+1$ en passant à droite.

On simplifie les deux côtés de l'équation maintenant que l'on a tout bien rangé.

$$-2x = -3$$

$$-2x \times (-1) = -3 \times (-1) \quad 2x = 3$$

Ce 2 du $2x$ va passer à droite et devenir un quotient, comme ceci :

$$x = \frac{3}{2}$$

Or, la fraction $\frac{3}{2}$ est irréductible. On a terminé le calcul.

La solution est donc :

$$x = \frac{3}{2}$$

Si on remplace x par $\frac{3}{2}$, l'équation sera vérifiée. Vous voulez la preuve ? Il n'y a qu'à demander !

Remplaçons tous les x de l'équation initiale par $\frac{3}{2}$ et calculons le côté gauche puis le côté droit :

$$3 \times \frac{3}{2} - 1 = \frac{3}{1} \times \frac{3}{2} - 1 = \frac{3 \times 3}{1 \times 2} - 1 = \frac{9}{2} - 1 = \frac{9}{2} - \frac{1}{1} = \frac{9}{2} - \frac{1 \times 2}{1 \times 2} = \frac{9}{2} - \frac{2}{2} = \frac{9-2}{2} = \frac{7}{2}$$

$$-4 + 5 \times \frac{3}{2} = -4 + \frac{5}{1} \times \frac{3}{2} = -4 + \frac{5 \times 3}{1 \times 2} = -4 + \frac{15}{2} = \frac{-4}{1} + \frac{15}{2} = \frac{-4 \times 2}{1 \times 2} + \frac{15}{2} = \frac{-8}{2} + \frac{15}{2} = \frac{-8+15}{2} = \frac{7}{2}$$

On remarque bien que les deux membres de l'équation sont égaux (les deux côtés qu'on a calculé sont égal à $\frac{7}{2}$). La solution est bonne. On a gagné!

Exemple plus complexe : On va résoudre l'équation suivante :

$$3(5x - 1) - (-x + 2) = 2$$

On commence par quoi ?

On commence d'abord par développer tout ça, à simplifier quoi!

$$\begin{aligned} 3(5x - 1) - (-x + 2) &= 2 \\ 15x - 3 + x - 2 &= 2 \\ 16x - 5 &= 2 \end{aligned}$$

On range tout ça : les x d'un côté, et le reste de l'autre.

$$\begin{aligned} 16x &= 2 + 5 \\ 16x &= 7 \end{aligned}$$

On résout et on fini.

$$x = \frac{7}{16}$$

II - INÉQUATIONS

Après les équations, les inéquations! Allons-y.

Définition : Une **inéquation** est une inégalité comportant une lettre que l'on appelle **l'inconnue**. Le plus souvent, cette inconnue est x .

Le but est de trouver la valeur de cette inconnue pour que l'inéquation soit vérifiée.

Résoudre une inéquation, c'est donc trouver toutes les solutions de l'inéquation.

C'est le même style que les équations, sauf que ces dernières utilisent le signe égal $=$, et les inéquations utilisent les signes de comparaisons : $<$, $>$, \leq (inférieur ou égal) et \geq (supérieur ou égal).

Résolution d'inéquations : Deux principes fondamentaux pour la résolution d'inéquations :

- Transposition : quand on fait passer un terme d'un membre (d'un côté) à l'autre dans une inéquation, on change son signe, comme pour les équations. L'inconnue sera placée du côté gauche.
- Multiplication et division : on peut multiplier (ou diviser) les DEUX membres de l'équation par un même nombre (non nul). Quand on fait passer un produit dans l'autre membre de l'équation, il devient quotient et inversement. De plus : **quand on multiplie ou on divise une inégalité par un nombre négatif, on change son sens.**

N'oubliez surtout pas que quand on multiplie ou on divise une inégalité par un nombre négatif, on DOIT changer son sens. C'est-à-dire que $<$ devient $>$, \leq devient \geq , etc. C'est une erreur très fréquente, tachez de vous en souvenir!

Exemple : Résoudre l'inéquation suivante :

$$4x - 3 < 5x + 2$$

Toujours pareil, on range tout ce bazars puis on simplifie. Je pense que vous commencez à prendre l'habitude.

$$\begin{aligned} 4x - 5x &< 2 + 3 \\ -x &< 5 \end{aligned}$$

Et là attention : on va multiplier les deux côtés par (-1) donc on change le signe de l'inégalité : le $<$ devient $>$.

$$x > -5$$

On a fini.

Remarque : Voyons ce que les inéquations veulent dire sur un axe gradué.