Probabilités

Voici le premier cours de **probabilités** de votre vie. N'avez-vous jamais eut envie de comprendre les règles des grands joueurs de poker et de les battre en calculant les probabilités d'avoir une paire d'As ? Ou d'avoir tout simplement un meilleur jeu qu'eux pour savoir si vous devez miser ou non ? Bon, malheureusement ce n'est pas cette année que je vais vous apprendre à faire cela.
Cette année, je vous donne les premiers mots de vocabulaire relatifs aux probabilités et je vais avant tout vous fixer l'**environnement probabiliste**.

Dans un premier temps, je vous introduirai les notions d'**expérience aléatoire** et d'**événements** pour ensuite procéder à notre tout premier **calcul de probabilité**.
Vous verrez également que les probabilités se représentent dans des graphiques comme des **arbres** ou des **tableaux à double entrée**.

L'année prochaine et les années suivantes, vous apprendrez de plus en plus de notions de probabilités qui vous aideront à faire beaucoup plus de choses que vous ne pensez.

www.mathsbook.fr

I - Expérience aléatoire

On commence par l'**expérience aléatoire** qui, comme son nom l'indique, est aléatoire.

Expérience aléatoire : On appelle expérience aléatoire une expérience dont le résultat n'est pas prévisible de façon certaine.

Pas besoin de plus d'explication pour le moment, je pense que c'est très clair.
Par exemple, le lancé d'un dé équilibré à 6 faces (numéroté de 1 à 6, le fameux dé que vous connaissez) constitue une expérience aléatoire : vous ne pouvez pas prévoir sur quel chiffre vous allez tomber.

Eventualité : On appelle éventualités les résultats possibles de l'expérience.

Dans l'exemple précédent, on a 6 éventualités différentes :
- e_1 : obtenir la face 1,
- e_2 : obtenir la face 2,
- e_3 : obtenir la face 3,
- e_4 : obtenir la face 4,
- e_5 : obtenir la face 5,
- e_6 : obtenir la face 6.

Chacun des e sont donc des **éventualités**. On peut éventuellement tombé sur l'une des 6 faces du dé.

II - Evénements

Les **événements** sont la notion principale en probabilité, vous allez comprendre pourquoi.

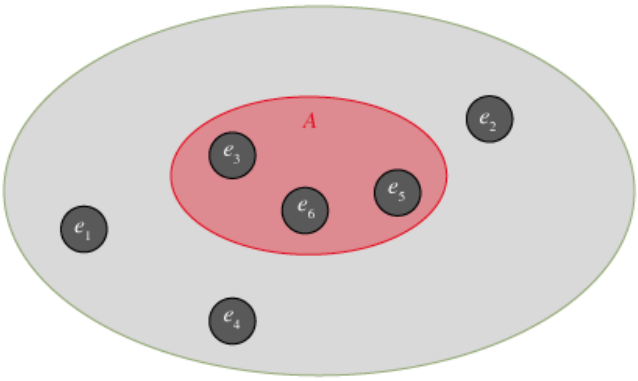
Evénements : Un événement est un ensemble d'éventualités.

Exemple : Toujours ce même exemple de dé à 6 faces. Oui, je vais vous bassiner avec cet exemple dans ce cours, mais c'est de loin le plus facile à utiliser car c'est celui que vous connaissez le mieux.

On va considéré l'événement E suivant : "obtenir un multiple de 3 ou de 5".

Quel chiffre (de 1 à 6) est multiple de 3 ou 5 ? Oui, 3 et 6 sont multiples de 3 et seul 5 est multiple de 5.

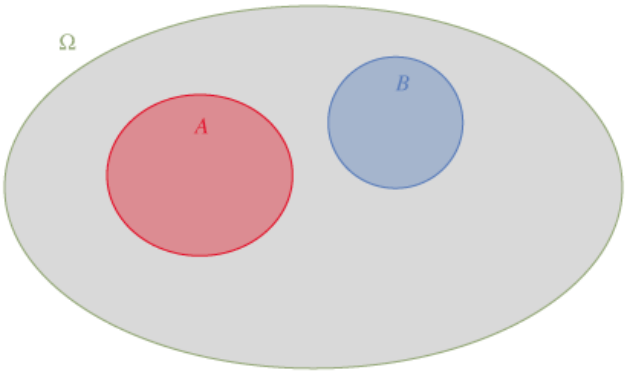
Je vais donc vous représenter l'ensemble des éventualités dans une patate et l'événement A qui contiendra les éventualités e_3, e_5 et e_6.



Deux propriétés sur les événements avant de poursuivre.

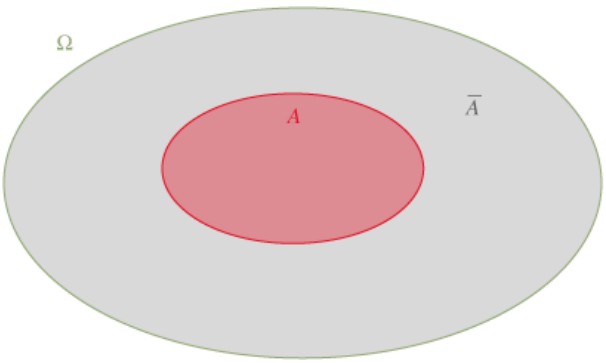
Evénements incompatibles : Deux événements sont dits incompatibles s'ils ne peuvent pas se produire simultanément.

Cela se comprend très bien avec le dessin suivant.



Exemple : Les événements "avoir un 1" (toujours sur le lancé de dé oui) et "avoir un 6" sont **incompatibles** car on ne peut pas tomber sur le 1 et le 6 en même temps.

Evénement contraire : On appelle événement contraire de l'événement A, noté $\bar{A}$, l'ensemble des éventualités qui ne sont pas dans A.



Vous en avez marre du lancé de dé ? Bon alors pour cette fois je vais vous prendre un autre exemple, mais pour cette fois seulement.

Exemple : Prenez un jeu de boules avec dans un sac 3 boules blanches et 3 boules noires.

Soit l'événement E suivant : "tirer une boule blanche".

L'**événement contraire** de E, que l'on note $\bar{E}$ est : "tirer une boule noire".

III - Calcul d'une probabilité

Oui, je sais que vous en mourez d'envie. C'est dans cette partie que nous allons faire notre premier **calcul de probabilité**.
Mais avant cela, je vais vous donner une petite définition.

Situation équiprobable : Une situation équiprobable est une expérience où toutes les éventualités ont la même probabilité d'être réalisées.

Dans notre lancé de dé, s'il n'est pas truqué, on aura autant de chance de tombé sur le 1 que sur 6, que sur le 3, etc... C'est une **situation équiprobable**.

Maintenant est venue l'heure de l'énoncé du théorème pour calculer des probabilités.

Probabilité : En situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement E est égale au quotient du nombre d'éventualités favorables à A par le nombre total d'éventualités.

Exemple : Dans le lancé de dé à 6 faces, nous allons calculer la probabilité de l'événement E : "obtenir un multiple de 2".

Vous l'avez compris, l'événement E est en fait (dans ce cas du lancé de dé à 6 faces) : "tomber sur un 2, un 4 ou un 6". Soit 3 éventualités sur les 6 au total.

Donc, la probabilité de l'événement E est :

$$P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

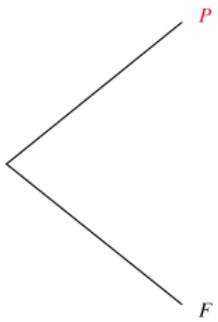
Et voilà, c'est aussi simple que cela. Pour le moment car dans les années suivantes, les calculs vont légèrement se corser.

IV - Arbre : représentation graphique des éventualités

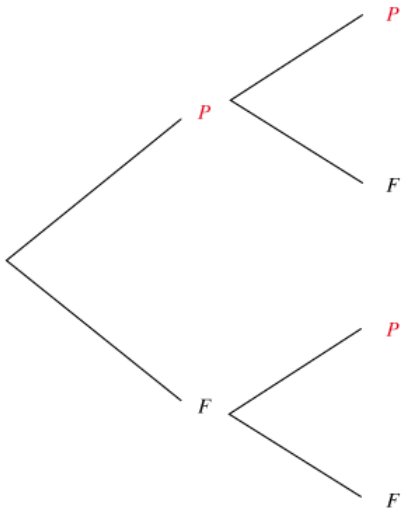
Pour mieux visualiser toutes les éventualités d'une expérience comportant plusieurs apparitions chronologiques, on représente généralement un **arbre**.

Exemple plus original : Prenez une pièce que vous lancez trois fois de suite. Soit elle tombe sur pile, soit sur face.

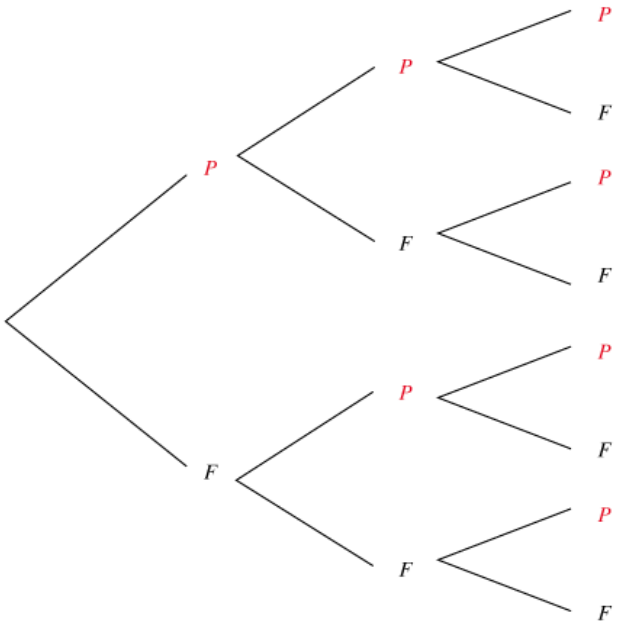
Au premier lancé, on obtiendra donc cela :



Au suivant, chacune des branches se redivise en 2 :



Et enfin au troisième, en faisant toujours la même chose, on aura l'**arbre** suivant :



V - Tableau à double entrée

Une autre façon de représenter les éventualités d'une expérience comportant deux paramètres : le **tableau à double entrée**.

Exemple : On lance simultanément deux dés équilibrés et on étudie le couple de numéros obtenu.
Donc, soit on tombe sur 1 et 4, on notera le couple (1 ; 4), etc.

Je représente tout cela dans le tableau à double entrée suivant :

	1	2	3	4	5	6
1	(1 ; 1)	(1 ; 2)	(1 ; 3)	(1 ; 4)	(1 ; 5)	(1 ; 6)
1	(2 ; 1)	(2 ; 2)	(2 ; 3)	(2 ; 4)	(2 ; 5)	(2 ; 6)
1	(3 ; 1)	(3 ; 2)	(3 ; 3)	(3 ; 4)	(3 ; 5)	(3 ; 6)
1	(4 ; 1)	(4 ; 2)	(4 ; 3)	(4 ; 4)	(4 ; 5)	(4 ; 6)
1	(5 ; 1)	(5 ; 2)	(5 ; 3)	(5 ; 4)	(5 ; 5)	(5 ; 6)
1	(6 ; 1)	(6 ; 2)	(6 ; 3)	(6 ; 4)	(6 ; 5)	(6 ; 6)

C'est beaucoup plus lisible dans un tableau comme cela, non ?

Voilà, nous avons terminé ce chapitre de probabilités. Courez donc jouer aux lancé de dé !