

EQUATIONS ET INÉQUATIONS

Nous avons déjà rencontré le signe "=" n'es-ce pas? Eh bien dans ce cours de maths sur les équations et les inéquations, il va être roi. En effet, nous allons ici **résoudre des équations** qui comportent un signe "=" et **résoudre des inéquations** qui elles comportent des signes de comparaison : plus grand que, plus petit que, etc.

Que de nouveautés dans ce chapitre, donc tenez-vous bien. Mais ne vous en faites pas, il est assez simple. Vous le compliquerez plus l'année prochaine.

I - EGALITÉS ET INÉGALITÉS

Pas la peine de rappeler le symbole égal "=" n'es-ce pas ?

Définition : Il existe quatre symboles d'inégalités :

- < qui signifie "strictement inférieur à"
- > qui signifie "strictement supérieur à"
- ≤ qui signifie "inférieur ou égal à"
- ≥ qui signifie "supérieur ou égal à"

Prenons un exemple.

Exemple : On sait tous très bien que 5 est plus petit que 50.

On notera donc ceci : $5 < 50$.

Remarque : Les symboles ≤ et ≥ indiquent aussi l'égalité (en plus de l'infériorité ou la supériorité). C'est-à-dire que l'on peut très bien écrire $5 \leq 5$ puisque 5 est inférieur OU égal à 5. En l'occurrence il y est égal.

Et qu'es-ce que l'on peut nous demander sur ces inégalités et égalités ?

Ceci.

Exemple : Montrer que l'égalité $x + 4 = 5 - 2x$ est vérifiée pour $x = 5$ et fausse pour $x = 6$.

Il suffit simple de remplacer l'inconnue x par 5 d'un côté et de l'autre et de vérifier l'égalité entre les deux côtés de l'égalité.

Pour $x = 5$: A gauche du signe égal :

$$x + 5 = 5 + 5 = 10$$

A droite du signe égal :

$$20 - 2x = 20 - 2 \times 5 = 20 - 10 = 10$$

On retrouve bien la valeur 10 des deux côtés du signe égal.

Donc, l'égalité est vérifiée pour $x = 5$.

Pour $x = 6$: A gauche du signe égal :

$$x + 5 = 6 + 5 = 11$$

A droite du signe égal :

$$20 - 2x = 20 - 2 \times 6 = 20 - 12 = 8$$

Or, $11 \neq 8$. Donc, l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Maintenant que l'on a vu tout cela, nous pouvons passer aux équations.

II - LES ÉQUATIONS

Voici une brève introduction des équations en mathématiques.

Définition : Une **équation** est une égalité comportant une lettre appelée **inconnue**, le plus souvent c'est x . Résoudre une équation c'est trouver la valeur de x pour laquelle l'équation est vérifiée.

Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre des équations. Cependant, à votre niveau, vous ne devez connaître que quelques cas.

Patience, patience, l'année prochaine vous en saurez tout.

Propriétés : Deux types équations à savoir résoudre :

- Equation du type $a + x = b$ ou $x + a = b$ dont la solution est $x = b - a$.
- Equation du type $ax = b$ ou $a \times x = b$ dont la solution est $x = \frac{b}{a}$ ($a \neq 0$).

Encore une fois, les lettres peuvent et seront remplacées par des chiffres.

Exemple : Résolvons l'équation $3 + x = 5$.

C'est une équation du type $a + x + b$, avec $a = 3$ et $b = 5$.

On applique la formule $x = b - a$, soit :

$$x = 5 - 3 = 2$$

Cette équation est donc vérifiée pour $x = 2$.

En effet, si on remplace x par 2, on obtient :

$$3 + x = 3 + 2 = 5$$

III - LES INÉQUATIONS

Après les équations, les inéquations! Allons-y.

Définition : Une **inéquation** est une inégalité comportant une lettre que l'on appelle **l'inconnue**. Le plus souvent, cette inconnue est x .

Le but est de trouver la valeur de cette inconnue pour que l'inéquation soit vérifiée.

Résoudre une inéquation, c'est donc trouver toutes les solutions de l'inéquation.

C'est le même style que les équations, sauf que ces dernières utilisent le signe égal $=$, et les inéquations utilisent les signes de comparaisons : $<$, $>$, \leq (inférieur ou égal) et \geq (supérieur ou égal).

Résolution d'inéquations : Deux principes fondamentaux pour la résolution d'inéquations :

- Transposition : quand on fait passer un terme d'un membre (d'un côté) à l'autre dans une inéquation, on change son signe, comme pour les équations. L'inconnue sera placée du côté gauche.
- Multiplication et division : on peut multiplier (ou diviser) les DEUX membres de l'équation par un même nombre (non nul). Quand on fait passer un produit dans l'autre membre de l'équation, il devient quotient et inversement. De plus : **quand on multiplie ou on divise une inégalité par un nombre négatif, on change son sens.**

N'oubliez surtout pas que quand on multiplie ou on divise une inégalité par un nombre négatif, on DOIT changer son sens. C'est-à-dire que $<$ devient $>$, \leq devient \geq , etc. C'est une erreur très fréquente, tachez de vous en souvenir!

Exemple : Résoudre l'inéquation suivante :

$$4x - 3 < 5x + 2$$

Toujours pareil, on range tout ce bazars puis on simplifie. Je pense que vous commencez à prendre l'habitude.

$$\begin{aligned} 4x - 5x &< 2 + 3 \\ -x &< 5 \end{aligned}$$

Et là attention : on va multiplier les deux côtés par (-1) donc on change le signe de l'inégalité : le $<$ devient $>$.

$$x > -5$$

On a fini.