

PROPORTIONNALITÉ

Cette année, la notion de proportionnalité va être un peu plus approfondie. Je vais vous apprendre notamment à la représenter dans un graphique.

I - RAPPELS

Commençons par quelques rappels de 5ème.

Définition : Deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque l'on passe de l'un à l'autre par multiplication.

Exemple : Une baguette coûte 90 centimes. Si vous en achetez deux, cela vous coûtera $2 \times 90 = 1,80$ euros.
On dit que le prix de la baguette est proportionnel au nombre de baguettes que vous voulez acheter.

Remarque : On aura souvent tendance à écrire les relations de proportionnalité dans un tableau. Comme celui-ci pour les baguettes de pain :

Nombre de baguettes	1	2	3	4
Prix à payer (en euros)	0,90	1,80	2,70	3,60

Comme vous pouvez le constater, à chaque fois qu'on avance d'une case vers la droite, on ajoute 0,90 euros, soit le prix d'une baguette.

On pourra vous demander deux choses dans un exercice :

- Compléter un tableau de proportionnalité,
- Vérifier si un tableau est proportionnel.

Je vais vous montrer un exemple de chaque.

Exemple 1 : Compléter le tableau suivant pour avoir un tableau de proportionnalité.

0	2	?	6	8
?	6	12	?	24

Pour compléter ce tableau, on utilise une colonne pleine.

2
6

Pour savoir par quoi est multiplier le chiffre du haut pour obtenir le chiffre du bas, on fait comme ceci :

$$\frac{\text{chiffre du bas}}{\text{chiffre du haut}}$$

Soit ici :

$$\frac{6}{2} = 3$$

Donc on a multiplier par 3 le chiffre du haut pour obtenir le chiffre du bas.
On n'a plus qu'à faire pareil pour les autres colonnes du tableau.

$$0 \times 3 = 0$$

$$6 \times 3 = 18$$

Pour obtenir le chiffre du haut en ayant le chiffre du bas, on ne multiplie pas par 3 cette fois, mais on divise par 3.

$$\frac{12}{3} = 4$$

On a donc le tableau entier suivant :

0	2	4	6	8
0	6	12	18	24

Une seconde méthode pour compléter le tableau est en utilisant une colonne entière et la colonne recherchée comme ceci :

$$\frac{x}{12} = \frac{2}{6} \iff x = \frac{2 \times 12}{6} = 4$$

Exemple 2 : Montrons que le tableau suivant n'est pas un tableau de proportionnalité.

1	2	3	4	10
2	4	5	8	20

Il suffit de trouver la relation de proportionnalité entre la ligne du haut et celle du bas et de la vérifier dans toutes les colonnes du tableau. Si on trouve UNE seule erreur, c'est fichu.

On divise donc le chiffre du bas par le chiffre du haut d'une même colonne. Prenons par exemple la première colonne :

$$\frac{2}{1} = 2$$

On vérifie que le chiffre du bas est le double du chiffre du haut.

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 2 = 6 \neq 5$$

On a trouvé une erreur, car le double de 3 n'est pas 5 mais 6.

On s'arrête là et on en conclut que le tableau n'est pas proportionnel.

II - REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Il vous sera souvent demander de représenter un tableau de proportionnalité dans un graphique. L'exemple qui suit illustre tout.

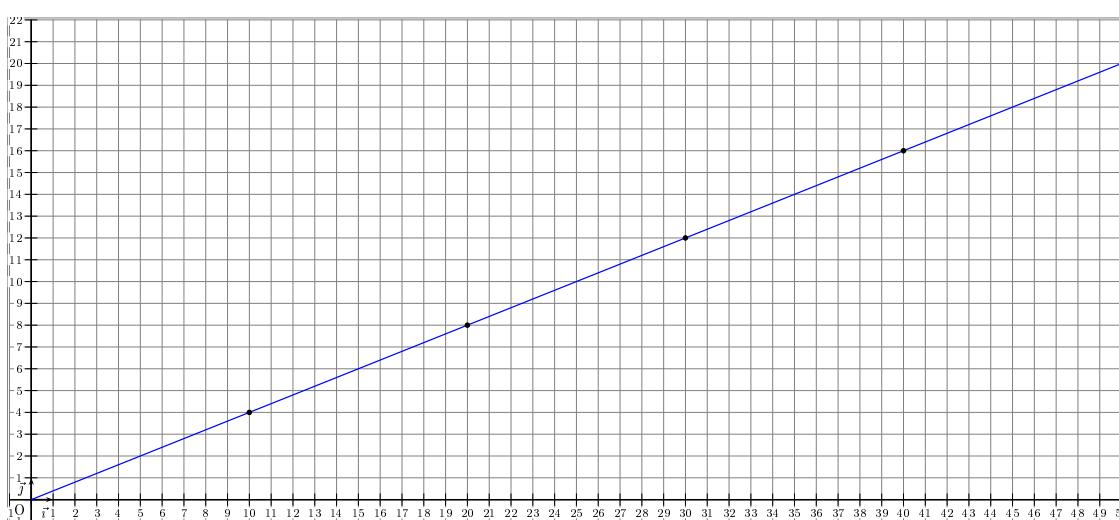
Exemple : Soit le tableau de proportionnalité suivant.

Nombre de gâteaux	0	10	20	30	40	50
Prix total (en euros)	0	4	8	12	16	20

On souhaite le représenter dans un graphique.

On va représenter en abscisse, axe horizontal, le nombre de gâteaux, et en ordonnée, axe vertical, les prix.

On dit que l'on représente le prix en fonction du nombre de gâteaux.



On obtient une droite qui passe par 0. C'était prévisible connaissant la propriété qui suit.

Propriété : Lorsque l'on représente des données proportionnelles sur un graphique, on obtient une droite qui passe par l'origine.

Inversement, si en représentant des données, on obtient une droite passant par l'origine, c'est que ces données sont proportionnelles.

Maintenant, vous avez une méthode de plus pour prouver la proportionnalité d'un tableau. Il suffit de le représenter dans un graphique. Si les points représentés forment une droite qui passe par 0, le tableau est proportionnel, sinon ce n'est pas le cas.

III - POURCENTAGE

Cette notion a déjà été abordée l'année passée. Je vais y revenir un petit peu.

Définition : Un **pourcentage** correspond à une fraction de dénominateur 100.

Exemple : 30% se note :

$$\frac{30}{100} = 0,3$$

Pour récupérer le pourcentage d'une quantité, on multiplie cette quantité par le pourcentage.

Exemple : Un pain au chocolat coûtait 60 centimes en 2001. Aujourd'hui, il a augmenté de 60%. Combien coûte-t-il aujourd'hui ?

Calculons les 60% de 60 centimes.

$$60 \times \frac{60}{100} = 36$$

Le prix a donc augmenté de 36 centimes.

Il coûte donc aujourd'hui : 96 centimes.

$$60 + 36 = 96$$

Pour déterminer le pourcentage d'une quantité par rapport à une autre, on effectue tout simplement la division des deux quantités.

Exemple : J'ai 14 feuilles de couleurs dont 4 rouges.

Quel est le pourcentage des feuilles rouges ?

On effectue la fraction dont le numérateur est le nombre de feuilles rouges et le dénominateur le nombre total de feuilles de couleurs.

$$\frac{4}{14} = \frac{2 \times 2}{2 \times 7} = \frac{2}{7} \simeq 0,29$$

Exprimons le nombre 0,29 en pourcentages.

$$0,29 = \frac{29}{100} = 29\%$$

Il y a 29% de feuilles rouges.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100