Parallélépipèdes rectangles et volumes

Dans ce cours de maths, on va se placer dans l'espace à trois dimensions. Mais, savez-vous ce qu'est cet espace, plus familièrement appelé espace 3D ? C'est en fait le note ! Eh oui, nous vivons dans un espace à trois dimension : la longueur, la largeur et la hauteur.

Je vais vous apprendre des figures géométriques en 3D, tels que le **parallélépipède rectangle** ou le **cube**, vous apprendre à les représenter en **perspective**, ainsi qu'à calculer leur volume.
Enfin, nous terminerons ce cours sur les **unités de volumes** et les conversions.

www.mathsbook.fr

I - Parallélépipède rectangle

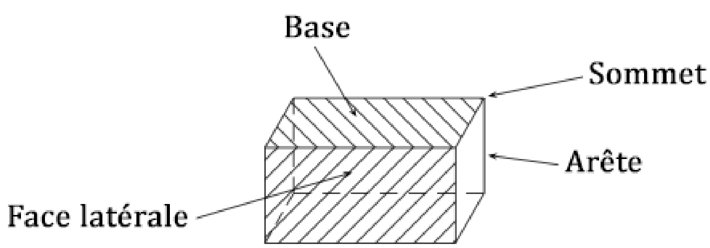
On commence donc par le parallélépipède rectangle. Mais avant tout, savez-vous ce que c'est ? Ne vous inquiètes pas, je vais vous le définir de suite.

1 - Définition du parallélépipède rectangle

Voici la définition du parallélépipède rectangle.

Parallélépipède rectangle : Un parallélépipède rectangle est un solide composé de 6 faces rectangulaires toutes perpendiculaires entre elles.

Il possède 8 sommets et 12 arêtes comme présentées sur la figure ci-dessous.
Parmi ses 6 faces, on distingue : 2 bases (une au dessus et une en dessous) et 4 faces latérales (sur les côtés).



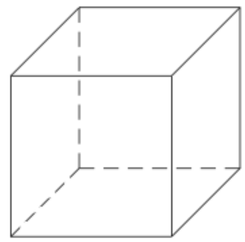
Avec la figure, cela doit sûrement être plus clair.
Vous avez tout compris ? C'est un espèce donc de gros cube rectangulaire. J'en suis sûr que vous en avez déjà vu ou même dessiné sur le coin d'un table de classe.

Par exemple, une boîte à chaussures est un parallélépipède rectangle. Ou même une armoire.

2 - Représentation en perspective des solides

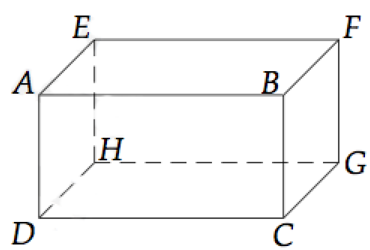
Pour représenter des **solides** en 3D, on utilise la **perspective cavalière**.

Perspective cavalière : On représente les solides en perspectives cavalières, c'est-à-dire que :
– On ne dessine que les arêtes,
– Les arêtes visibles sont dessinées en trait plein,
– Les arêtes cachées sont dessinées en pointillés.



C'est pas très compliqué, posez-vous la question "que vois-je ?" et ce que je voyez, vous le dessiné en traits pleins. Le reste, pour que cela soit plus lisible, vous le dessiné en pointillés.
Bien évidement, seulement les arêtes sont représentés. En même temps, que voulez-vous représenter d'autre ?

Exemple : Voici le parallélépipède rectangle ABCDEFGH.



Que voit-on ? Eh bien toutes les arrêtes sauf [EH], [DH] et [HG] que l'on a représenté en pointillés.

3 - Patron d'un solide

Ah ça je sais ce que c'est ! C'est le bosse ! Non ?.

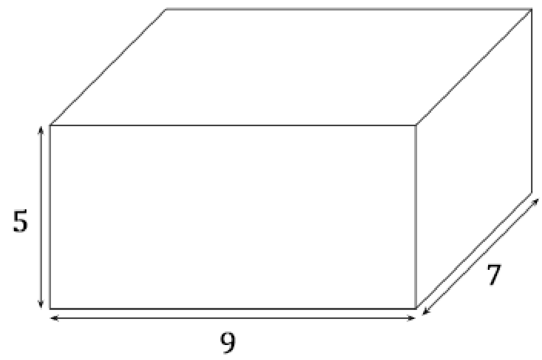
Pas du tout ! Si je vous parle de patron dans le chapitre sur les parallélépipèdes rectangles, vous vous doutez bien qu'il y a un lien.
En effet, je vous l'explique tout de suite dans la définition suivante.

Patron d'un solie : Le patron d'un solide est un dessin plan qui permet, une fois découpé et plié, de reconstitué le solide en 3 dimensions.

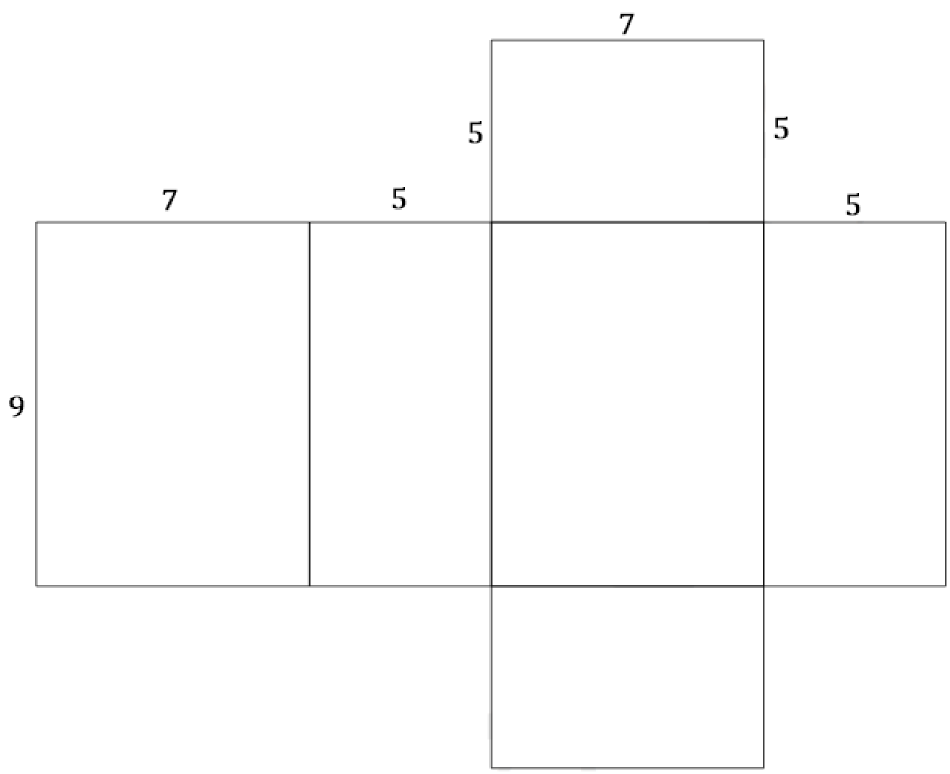
C'est quelque peu différent de votre version n'es-ce pas ?

En fait, c'est simplement un dessin sur une feuille papier pour créer un vrai parallélépipède rectangle en 3D. Vous en avez déjà dessiné, c'est certain ! Si ce n'est pas le cas, dessinez-en un grâce à l'exemple suivant, découpé-le et plier le tout, vous obtiendrez un parfait parallélépipède rectangle en 3D !

Exemple : Voici un parallélépipède rectangle.



Je veux maintenant le réalisé en 3 dimensions. Pour cela, je prend une feuille de papier et je dessine son patron, comme ceci :

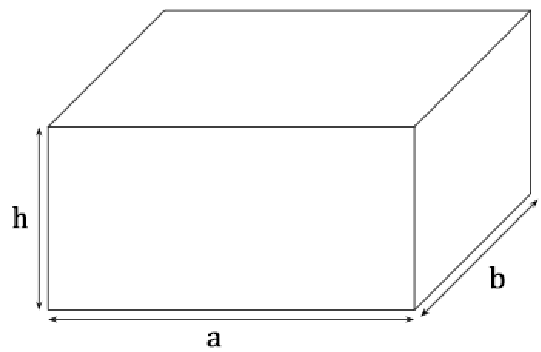


4 - Volume du parallélépipède rectangle

Ici, on va parler de **volume**. Qu'es-ce que le volume ? C'est en fait l'intérieur du solide.

Par exemple, le volume d'un verre, c'est combien d'eau il peut contenir si on le remplir à ras bord.

Volume d'un parallélépipède rectangle : Soit le parallélépipède rectangle de longueur a, de largeur b et de hauteur h.



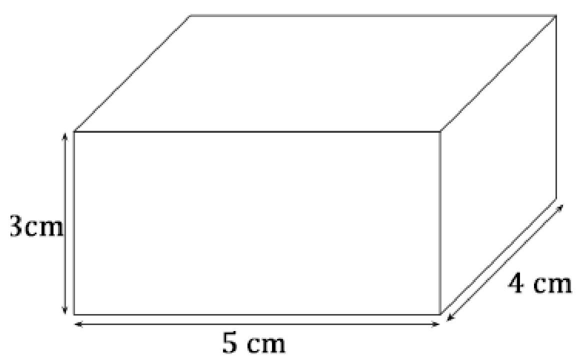
Son volume vaut :

$$\mathcal{V} = a \times b \times h$$

En fait, c'est l'aire du rectangle de base multipliée par la hauteur du parallélépipède rectangle.

Remarque : Le volume s'exprime dans l'unité de volume correspondante. Par exemple en m^3 (se prononce "métre cube")si les longueurs du solide sont exprimées en mètres.

Exemple : Le volume du parallélépipède suivant est $60cm^3$.



En effet :

$$\mathcal{V} = 5 \times 4 \times 3 = 20 \times 3 = 60cm^3$$

II - Cube

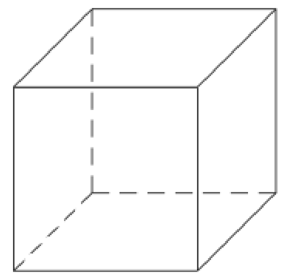
Le cube est un parallélépipède rectangle particuliers. Dans cette partie, nous allons l'étudier en commençant d'abord par donner sa définition puis son patron et enfin son volume.

1 - Définition du cube

La définition du cube, c'est parti !

Cube : Un cube est un parallélépipède rectangle particuliers dont les faces sont carrées.

Il possède 12 arêtes de même longueur.

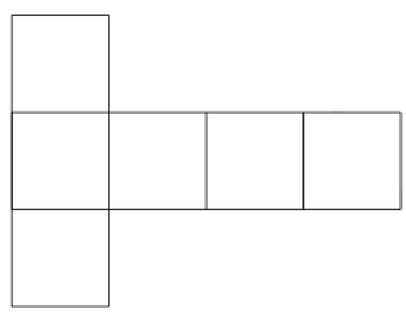


Pas très compliqué, c'est un parallélépipède rectangle, mais les faces sont carrées au lieu d'être rectangle, donc les arrêtes sont toutes égales.

2 - Patron du cube

Même le cube a un patron ! Eh oui, vous pourrez en dessiner et en le pliant vous obtiendrez un véritable cube en 3 dimension.

Patron du cube : Le patron du cube est constitué de 6 carrés comme ceci :



Dans ce patron, tous les côtés des différents carrés représentés sont égaux. Oui, ce sont des carrés !

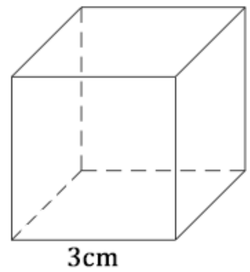
3 - Volume du cube

On termine cette section sur le cube par la formule de son volume. Elle n'est pas très différente de celle du parallélépipède rectangle. Qui a-t-il qui change ?
Réfléchissez deux minutes, si tous les arêtes sont de même longueurs, cela veut dire que la bongueur, la largeur et la hauteur sont égales... Donc ?

Volume du cube : Le volume d'un cube de coté a est :

$$\mathcal{V} = a \times a \times a = a^3$$

Exemple : Le volume du cube suivant est $27cm^3$.



En effet :

$$\mathcal{V} = 3 \times 3 \times 3 = 27cm^3$$

III - Unités de volume

Le volume se mesure en **unités de volume**, dont la principale est le mètre cube (m3). **Un mètre cube correspond au volume d'un cube de un mètre de côté**.

Il existe plusieurs unités de volume. En voici les principales.

Unités d'aire : Suivant les cas, on utilise les unités suivantes pour les volumes :
- Le kilomètre cube (km^3) est égal à 1.000.000.000 mètre cube.
- L'hectomètre cube (hm^3) est égal à 1.000.000 mètre cube.
- Le décamètre cube (dam^3) est égal à 1.000 mètre cube.
- Le décimètre cube (dm^3) est égal à 0,001 mètre cube.
- Le centimètre cube (cm^3) est égal à 0,000.001 mètre cube.
- Le millimètre cube (m^3) est égal à 0,000.000.001 mètre cube.

Vous remarquerez que les unités perdent à chaque fois pas un mais trois zéros. D'où le 3 dans les unité (exemple : cm^3). J'explique ces conversions dans la partie suivante.

III - Conversion d'unités de volume

Les conversion d'unités de volume est un peu différentes des conversion habituelles.
Voici le **tableau de conversion** qui comporte lui trois colonnes par unité.

Tableau de conversion : Suivant les cas, on utilise les unités suivantes pour les aires :

km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		

Donc, à chaque fois que l'on convertira un nombre, on lui ajoutera ou enlèvera par 3 les zéros.

Exemple :

$$1,5m^3 = 1.500.000cm^3$$

En effet :

km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
											1,	5	0	0	0	0	0			