

EQUATIONS DE DROITES ET SYSTÈMES LINÉAIRES

www.mathsbook.fr

I - FONCTION AFFINE ET ÉQUATION DE DROITE

Définition : Une **fonction affine** est une fonction de la forme :

$$f(x) = ax + b$$

Avec a et b deux valeurs numériques fixées.

Définitions : Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et une fonction affine $f(x) = ax + b$ définie sur \mathbb{R} .

On appelle la droite \mathcal{D} la représentation graphique de cette fonction f , de coefficient directeur a passant par le point B de coordonnées $(0; b)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- a s'appelle le **coefficient directeur** de la droite,
- b s'appelle l'**ordonnée à l'origine** de la droite,
- La droite d'équation $y = ax + b$ est appelée **équation réduite** de la droite \mathcal{D} .

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

II - DROITES PARALLÈLES

Définition : Deux droites sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur.

Définition : Soit une droite \mathcal{D} d'équation $y = ax + b$.

Le vecteur $\vec{u}(1; a)$ est un vecteur directeur de cette droite.

III - SYSTÈME LINÉAIRE

1 - RÉOLUTION DE SYSTÈMES

Définition : Soit un système suivant de deux équations à deux inconnues.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

Les solutions de ce système sont tous les couples $(x; y)$ qui vérifient les DEUX équations.

Résolution de système par combinaison : Deux principes pour la résolution d'un systèmes à deux équations à deux inconnues :

1. On peut multiplier (ou diviser) tous les termes d'une équation par un même nombre,
2. On peut additionner les deux équations terme-à-terme.

Une fois ces deux principes effectuées, on aura ramener le problème à une seule équation à une inconnue que l'on sait tous résoudre maintenant.

2 - NOMBRES DE SOLUTIONS D'UN SYSTÈME LINÉAIRE

Dans le cas où le système n'a pas de solution : les deux droites sont parallèles.

Dans le cas où le système a une unique solution, les deux droites se coupent en un point dont les coordonnées sont le couple de solution de ce système.

Si le système a plusieurs solutions, alors les deux droites sont confondues.

Propriétés : Soit un système suivant de deux équations à deux inconnues.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

On calcule les quantités $ab' - a'b$ et $bc' - b'c$ et :

- Si $ab' - a'b = 0$ et $bc' - b'c \neq 0$, alors le système admet aucune solution,
- Si $ab' - a'b \neq 0$, alors le système admet une unique solution,
- Si $ab' - a'b = 0$ et $bc' - b'c = 0$, alors le système admet une infinité de solutions.