

FONCTIONS ET VARIATIONS

www.mathsbook.fr

I - VARIATIONS D'UNE FONCTION

Définition : Soit une fonction f définie sur un domaine D et I un intervalle de D .

- f est **croissante** sur I si et seulement si pour tout $x_1, x_2 \in I$, tels que $x_1 \leq x_2$, on a $f(x_1) \leq f(x_2)$,
- f est **décroissante** sur I si et seulement si pour tout $x_1, x_2 \in I$, tels que $x_1 \leq x_2$, on a $f(x_1) \geq f(x_2)$,
- f est **constante** sur I si et seulement si il existe un $k \in \mathbb{R}$ (un réel k) tel que pour tout réel x de I on a $f(x) = k$.

II - MAXIMUM ET MINIMUM

Définition : Soit une fonction f définie sur un domaine D et I un intervalle de D et a un réel de I .

- $f(a)$ est le **minimum** de f sur I si et seulement si pour tout $x \in I$ on a $f(x) \geq f(a)$,
- $f(a)$ est le **maximum** de f sur I si et seulement si pour tout $x \in I$ on a $f(x) \leq f(a)$.

III - ETUDE DU SENS DE VARIATION

1 - CAS DES FONCTIONS AFFINES

Définition : Soit une fonction affine $f(x) = ax + b$ définie sur \mathbb{R} .

- Si $a > 0$, alors f est **strictement croissante** sur \mathbb{R} ,
- Si $a < 0$, alors f est **strictement décroissante** sur \mathbb{R} ,
- Si $a = 0$, alors f est **constante** sur \mathbb{R} .

2 - CAS GÉNÉRAL

Pour représenter le sens de variation d'une fonction, on trace son **tableau de variations**.

Dans ce tableau, on met une flèche \nearrow pour dire que la fonction croît, et une flèche \searrow pour dire que la fonction décroît.