

# GÉOMÉTRIE PLANE

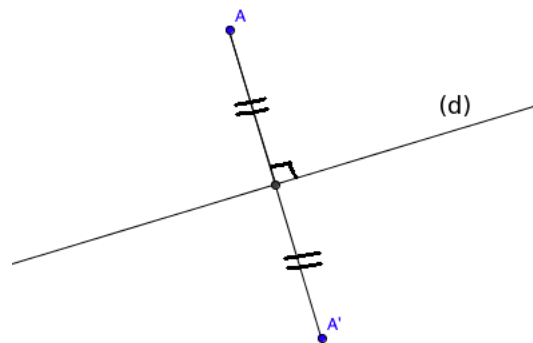
[www.mathsbook.fr](http://www.mathsbook.fr)

## I - SYMÉTRIES

### 1 - SYMÉTRIE AXIALE

**Définition** : Deux figures géométriques sont symétriques par rapport à une droite  $(d)$  si, en pliant la feuille suivant la droite  $(d)$ , les deux figures se superposent.  
Cette droite  $(d)$  est appelée **axe de symétrie**.

Pour construire le symétrique  $A'$  d'un point  $A$  par rapport à une droite  $(d)$ , on trace la droite passant par ce point  $A$  et perpendiculaire à l'axe de symétrie  $(d)$ . On choisit  $A'$  sur cette droite construite tel que les distances entre  $A$  et  $(d)$  et  $A'$  et  $(d)$  soient égales.

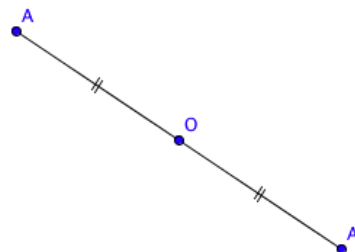


Le point  $A'$  est appelé **image** du point  $A$  par la symétrie axiale d'axe  $(d)$ .

### 2 - SYMÉTRIE CENTRALE

**Définition** : La **symétrie centrale** est une symétrie par rapport à un point.

Pour construire le symétrique  $A'$  d'un point  $A$  par rapport à un point  $O$ , appelé **centre de symétrie**, on trace la droite passant par ce point  $A$  et passant par le point  $O$ , on choisit  $A'$  sur cette droite construite tel que les distances  $AO$  et  $A'O$  soient égales.

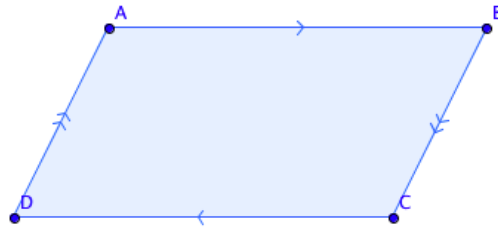


Le point  $A'$  est appelé **image** du point  $A$  par la symétrie centrale de centre  $O$ .

## II - PARALLÉLOGRAMMES

### 1 - DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS D'UN PARALLÉLOGRAMME

**Définition** : Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés sont parallèles deux à deux.



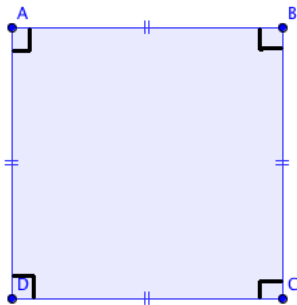
**Propriétés** : Un parallélogramme possède les propriétés suivantes :

- Ses côtés sont égaux deux à deux,
- Ses côtés sont parallèles deux à deux,
- Ses angles opposés sont égaux deux à deux,
- Ses diagonales se coupent en leur milieu.

### 2 - CARRÉ

**Définition** : Un carré est un parallélogramme.

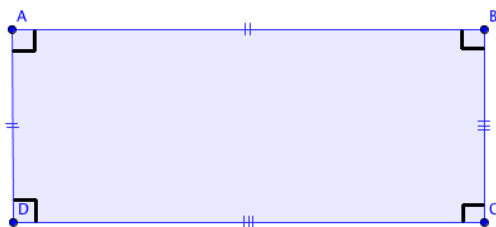
Un carré possède quatre angles droits, quatre côtés sont égaux et parallèles deux à deux. Ses diagonales ont la même longueur et se coupent en leur milieu.



### 3 - RECTANGLE

**Définition** : Un rectangle est un parallélogramme.

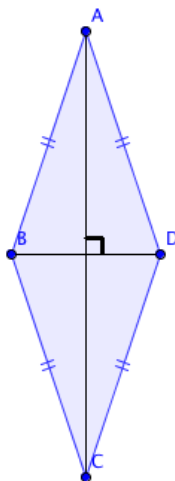
Un rectangle possède quatre angles droits, ses côtés sont parallèles et égaux deux à deux. Ses diagonales se coupent en leur milieu.



## 4 - LOSANGE

**Définition** : Un losange est un parallélogramme.

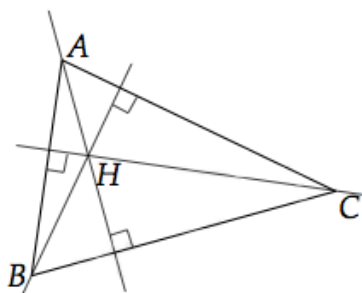
Un losange possède quatre côtés égaux et parallèles deux à deux.  
Ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.



## III - TRIANGLE ET DROITES REMARQUABLES

### 1 - HAUTEUR

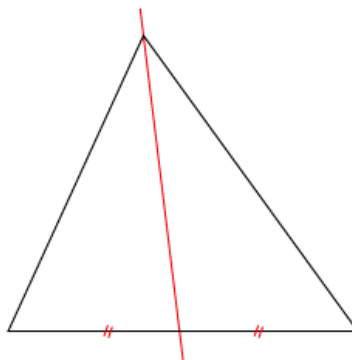
**Hauteur** : La hauteur issue d'un sommet d'un triangle est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.



**Remarque importante** : Les trois hauteurs du triangle se coupent en un même point appelé **l'orthocentre du triangle**.

### 2 - MÉDIANE

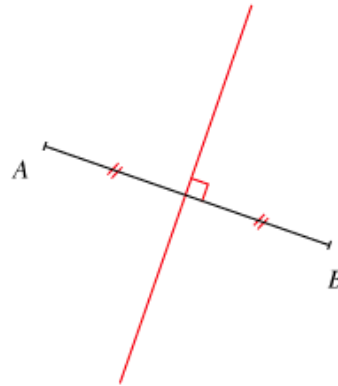
**Médiane** : La médiane issue d'un sommet d'un triangle est la droite passant par ce sommet et par le milieu du côté opposé.



**Remarque importante** : Les trois médianes du triangle se coupent en un même point appelé **le centre de gravité du triangle**.

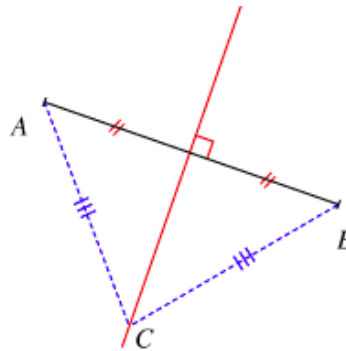
### 3 - MÉDIATRICE

**Médiatrice** : La médiatrice d'un segment est la droite qui passe perpendiculairement en son milieu.



**Propriété des médiatrice** : Si un point est sur la médiatrice d'un segment, il est à égale distance des extrémités de ce segment.

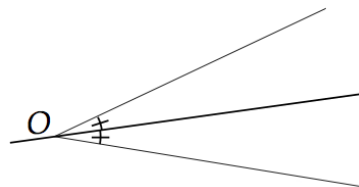
Inversement, si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, il appartient à la médiatrice de ce segment.



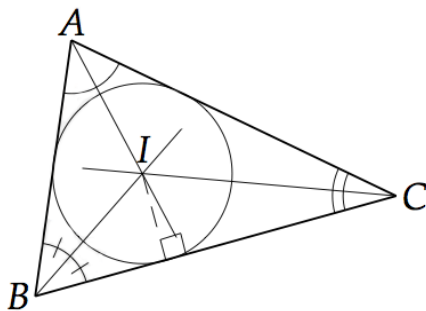
**Remarque** : Les médiatrices d'un triangle se coupent en un même point, le **centre du cercle circonscrit** au triangle. Une partie est consacré à ce point dans la fin de ce cours. Patience.

### 4 - BISSECTRICE

**Bissectrice d'un angle** : La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui sépare l'angle en deux angles de même mesure.



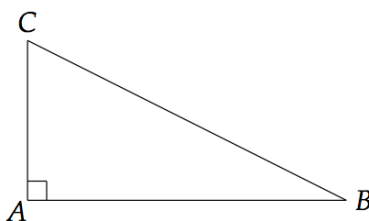
**Cercle inscrit** : Dans un triangle, les bissectrices des trois angles se coupent en un même point, qui est le centre du cercle inscrit dans le triangle. Ce cercle est tangent aux trois côtés du triangle.



## IV - TRIANGLE RECTANGLE ET CERCLE

### 1 - THÉORÈME DE PYTHAGORE ET RÉCIPROQUE

**Théorème de Pythagore** : Soit un triangle  $ABC$ , rectangle en  $A$ .



D'après le théorème de Pythagore, on a :

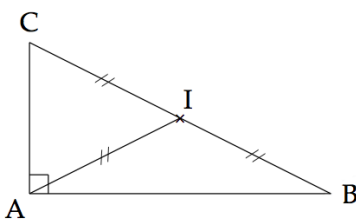
$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

**Réciproque du théorème de Pythagore** : Dans un triangle, si la longueur d'un côté au carré est égal à la somme des longueurs des deux autres côtés au carré alors ce triangle est un triangle rectangle et ce côté est l'hypoténuse.

### 2 - CERCLE CIRCONSCRIT AU TRIANGLE RECTANGLE

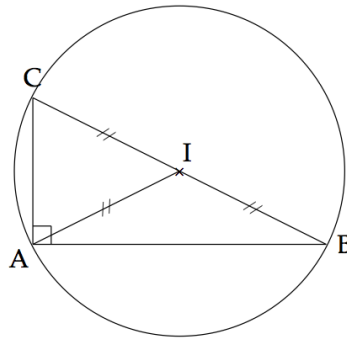
**Théorème de la médiane** : Dans un triangle rectangle, la médiane issue de l'angle droit mesure la moitié de l'hypoténuse.

Réciproquement, si la médiane issue d'un sommet d'un triangle mesure la moitié du côté opposé, alors ce triangle est un triangle rectangle.



**Cercle circonscrit au triangle rectangle** : Le cercle circonscrit à un triangle rectangle a pour centre le milieu de l'hypoténuse et donc pour diamètre l'hypoténuse.

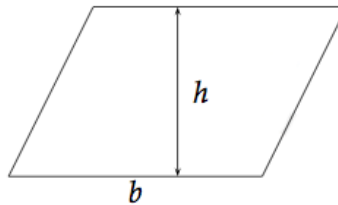
Réciproquement, si l'un des côtés d'un triangle est le diamètre d'un cercle et que son troisième sommet est sur ce même cercle, alors le triangle est rectangle.



## V - AIRES DES FIGURES USUELLES

### 1 - AIRE D'UN PARALLÉLOGRAMME

**Aire d'un parallélogramme** : Soit un parallélogramme de base  $b$  et de hauteur  $h$ .  
Sachez bien que la hauteur est perpendiculaire aux deux bases.



L'aire de ce parallélogramme est défini par :

$$\mathcal{A} = b \times h$$

### 2 - AIRE D'UN CARRÉ

**Aire d'un carré** : Soit un carré de côté  $c$ .

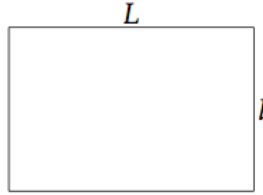


L'aire de ce carré est défini par :

$$\mathcal{A} = c \times c = c^2$$

### 3 - AIRE D'UN RECTANGLE

Aire d'un rectangle : Soit un rectangle de largeur  $l$  (petit côté) et de longueur  $L$  (grand côté).

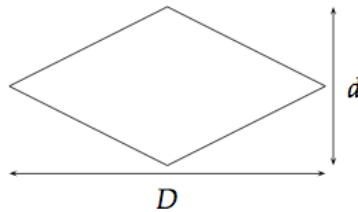


L'aire de ce rectangle est défini par :

$$A = l \times L$$

### 4 - AIRE D'UN LOSANGE

Aire d'un losange : Soit un losange dont la grande diagonale fait une longueur  $D$  et la petite fait une longueur  $d$ .

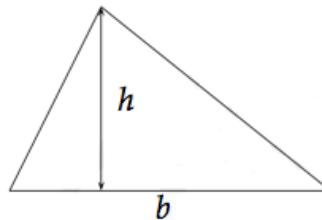


L'aire de ce losange est défini par :

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

### 5 - AIRE D'UN TRIANGLE

Aire d'un triangle : Soit un triangle de base  $b$  et de hauteur correspondante  $h$ .  
Faites bien attention, on prend la hauteur perpendiculaire à la base que l'on utilise.

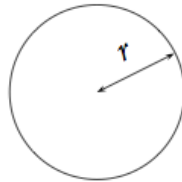


L'aire de ce triangle est défini par :

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

## 6 - AIRE D'UN DISQUE

Aire d'un disque : Soit un disque de rayon  $r$ .

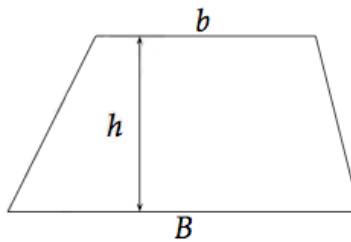


L'aire de ce disque est défini par :

$$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times r^2$$

## 7 - AIRE D'UN TRAPÈZE

Aire d'un trapèze : Soit un trapèze de grande base  $B$ , de petite base  $b$  et de hauteur  $h$ .



L'aire de ce trapèze est défini par :

$$\mathcal{A} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$