Géométrie analytique

www.mathsbook.fr

I - Repérage dans le plan

Définitions : On utilise un **repère** pour repérer un point dans le plan.
Un repère est défini par trois points non alignés, généralement O, I et J :
- O est **l'origine** du repère,
- La droite (OI) est **l'axe des abscisses**,
- La droite (OJ) est **l'axe des ordonnées**,
- La longueur OI définit **l'unité** sur l'axe des abscisses,
- La longueur OJ définit **l'unité** sur l'axe des ordonnées,

Définitions : Plusieurs repères à connaître.
- Lorsque les axes d'un repère sont perpendiculaires, le repère est **orthogonal**.

- Lorsque les axes d'un repère sont perpendiculaires et les unités identiques, le repère est **orthonormal** ou **orthonormé**.

Définition : Les coordonnées d'un point dans un repère sont constituées de deux nombres : une **abscisse** et une **ordonnée**.
Si le point A a pour coordonnées 3 en abscisse et 2 en ordonnée, on note : $A(3;2)$.

II - Segment

1 - Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété : Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$. On note I le milieu du segment $[AB]$.
Les coordonnées de I sont :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x_I & = & \frac{x_A+x_B}{2} \\ y_I & = & \frac{y_A+y_B}{2} \end{array}\right.$$

2 - Longueur d'un segment

Propriété : Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$.
Alors :

$$AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

III - Vecteurs

1 - Définition

Définition : Soit un vecteur $\overrightarrow{u}$.
Lorsque l'on construit l'image de l'origine O du repère par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$, on obtient un point, que nous appellerons A, qui a les mêmes coordonnées que le vecteur $\overrightarrow{u}$.
On note : $\overrightarrow{u}(x_{\overrightarrow{u}};y_{\overrightarrow{u}})$.

2 - Vecteur défini par deux points

Propriété : Soient $A(x_A;y_A)$ et $B(x_B;y_B)$.
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_A-y_B)$$

3 - Somme de deux vecteurs

Propriété : Soient $\overrightarrow{u}(x_{\overrightarrow{u}};y_{\overrightarrow{u}})$ et $\overrightarrow{v}(x_{\overrightarrow{v}};y_{\overrightarrow{v}})$.
Les coordonnées de la somme des vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ est :

$$\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}=(x_{\overrightarrow{u}}+x_{\overrightarrow{v}};y_{\overrightarrow{u}}+y_{\overrightarrow{v}})$$

4 - Vecteurs opposés

Définition : Soit $\overrightarrow{u}(x_{\overrightarrow{u}};y_{\overrightarrow{u}})$.
Le vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{u}$ est le vecteur :

$$-\overrightarrow{u}(-x_{\overrightarrow{u}};-y_{\overrightarrow{u}})$$

5 - Vecteur nul

Vous imaginer bien sur à quoi va ressembler le vecteur nul.

Définition : Les coordonnées du vecteur nul sont :

$$\overrightarrow{0}(0;0)$$

6 - Translation

Propriété : Soient $\overrightarrow{u}(x_{\overrightarrow{u}};y_{\overrightarrow{u}})$ et $A(x_A;y_A)$.
Soit A', l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$.
Les coordonnées de A' sont :

$$\begin{cases} x'_A &= x_a+x_{\overrightarrow{u}} \\ y'_A &= y_A+y_{\overrightarrow{u}} \end{cases}$$