Géométrie dans l'espace

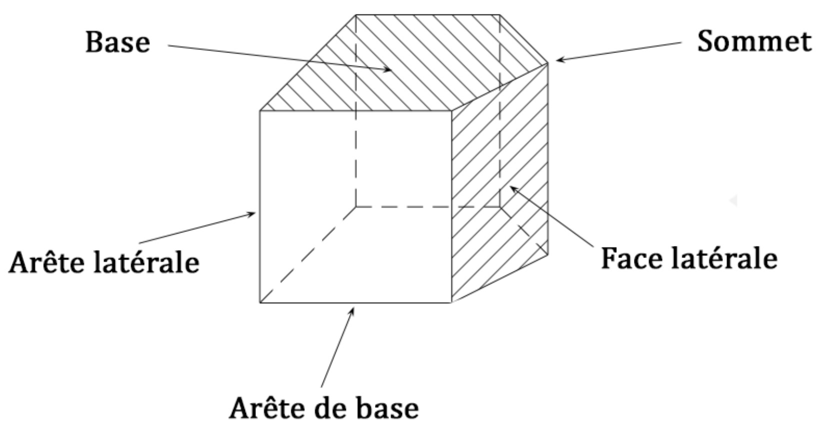
www.mathsbook.fr

I - Prismes

1 - Définition

Prisme droit : Un prisme droit est un solide composé :
– De deux bases polygonales parallèles et superposables,
– De faces latérales rectangulaires perpendiculaires aux bases.

Notez également que le nombre de faces latérale et d'arêtes latérales est égal au nombre de côtés des bases.
De plus, toutes les arêtes latérales ont la même longueur qui est la **hauteur du prisme**.



2 - Volume

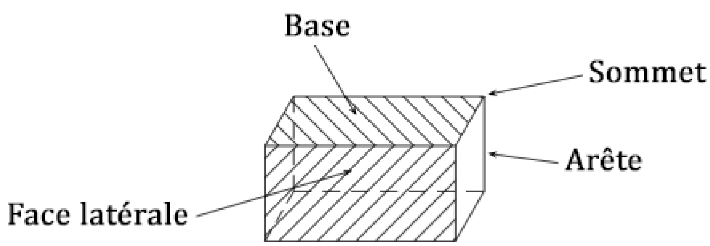
Volume du prisme droit : Le volume d'un prisme droit s'obtient en multipliant l'aire d'une base par la hauteur.

II - Parallélépipèdes rectangles

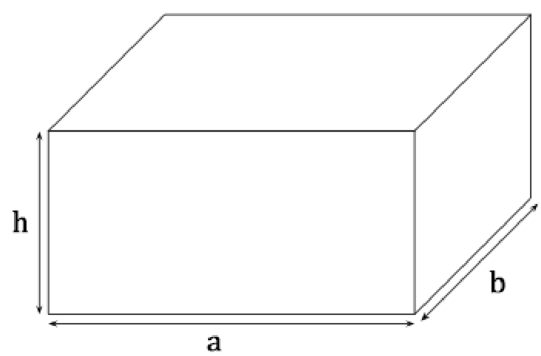
1 - Pavé droit

Parallélépipède rectangle : Un parallélépipède rectangle est un solide composé de 6 faces rectangulaires toutes perpendiculaires entre elles.

Il possède 8 sommets et 12 arêtes comme présentées sur la figure ci-dessous.
Parmi ses 6 faces, on distingue : 2 bases (une au dessus et une en dessous) et 4 faces latérales (sur les côtés).



Volume d'un parallélépipède rectangle : Soit le parallélépipède rectangle de longueur a, de largeur b et de hauteur h.



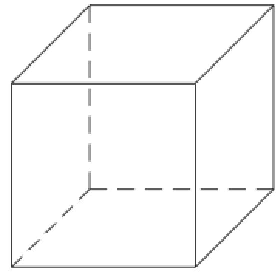
Son volume vaut :

$$\mathcal{V} = a \times b \times h$$

2 - Cube

Cube : Un cube est un parallélépipède rectangle particuliers dont les faces sont carrées.

Il possède 12 arêtes de même longueur.



Volume du cube : Le volume d'un cube de coté a est :

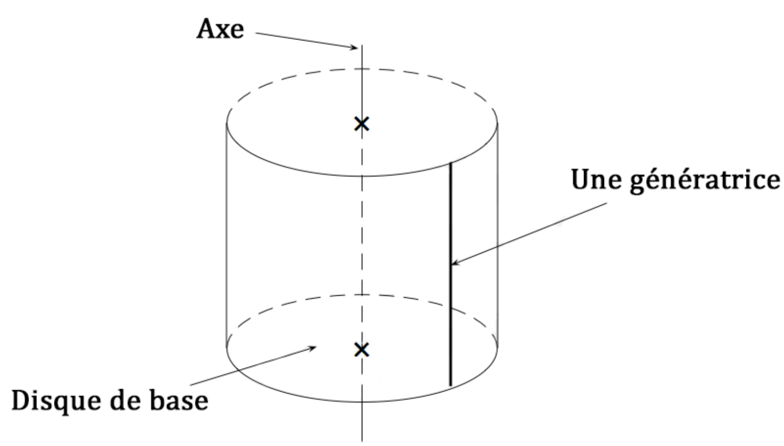
$$\mathcal{V} = a \times a \times a = a^3$$

III - Cylindre

1 - Définition

Cylindre de révolution : Un cylindre de révolution est un solide composé :
- De deux bases en forme de disque et parallèles,
- D'une surface latérale appelée surface cylindrique.

Sachez que la droite qui passe par les centres des deux disques de base est perpendiculaire aux base. C'est l'**axe du cylindre**.
De plus, tous les segments de la surface cylindrique perpendiculaire à la base est une **génératrice du cylindre**.



2 - Volume

Volume du cylindre de révolution : Le volume d'un cylindre de révolution s'obtient en multipliant l'aire d'une base par la hauteur :

$$\mathcal{V} = \pi \times r \times r \times h$$

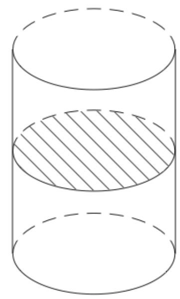
3 - Aire latérale

Aire latérale du cylindre : L'aire latérale du cylindre de rayon r et de hauteur h vaut :

$$\mathcal{A} = h \times 2\pi \times r$$

4 - Section plane

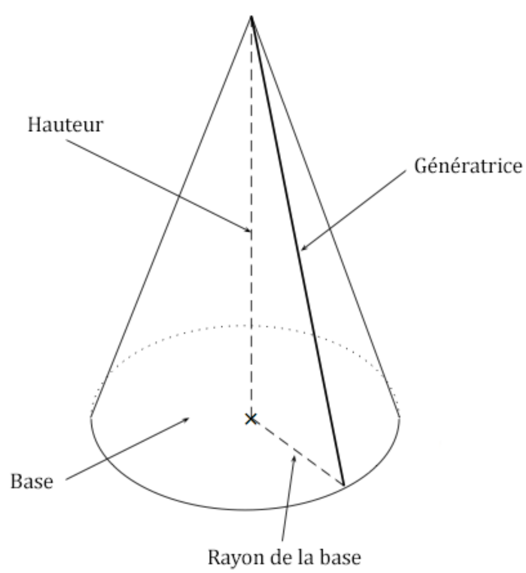
Section plane d'un cylindre : La section plane d'un cylindre par un plan parallèle à ses bases est un cercle superposable à ses bases.



IV - Cône de révolution

1 - Définition

Cône de révolution : Un cône de révolution est constitué d'une **base** en forme de disque et d'une **surface conique**.



On appelle **hauteur** du cône de révolution, le segment perpendiculaire à la base issu du sommet.
Le **rayon** d'un cône de révolution est le rayon de la base.
On peut générer le cône en faisant tourner un triangle rectangle autour de la hauteur. L'hypoténuse d'un tel triangle est appelé une **génératrice**.

2 - Volume

Volume du cône de révolution : Le volume d'un cône de révolution s'obtient en multipliant l'aire d'une base par la hauteur, le tout divisé par 3 :

$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_{base} \times h}{3} = \frac{\pi \times r \times r \times h}{3}$$

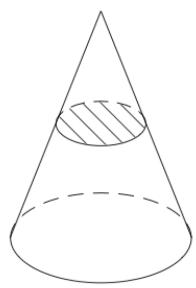
3 - Aire latérale

Aire latérale du cône de révolution : L'aire latérale du cône de révolution de rayon r et de génératrice g vaut :

$$\mathcal{A} = g \times \pi \times r$$

4 - Section plane

Section plane d'un cône de révolution : La section plane d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.

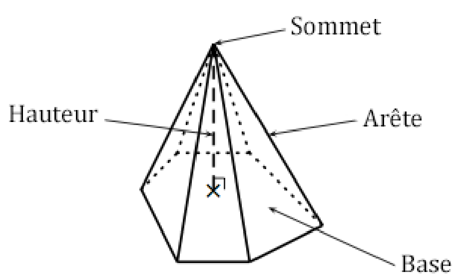


Le nouveau cône ainsi créé est une réduction du cône initial.

V - Pyramides

1 - Définition

Pyramide : Une pyramide est constituée d'une **base polygonale** et de **faces latérales** triangulaires.



Les triangles des faces latérales ont un sommet commun que l'on appelle le **sommet** de la pyramide, leurs côtés sont les **arêtes** de la pyramide.
On appelle **hauteur** de la pyramide, le segment perpendiculaire à la base issu du sommet.

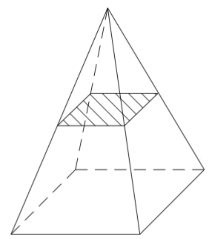
2 - Volume

Volume de la pyramide : Le volume d'une pyramide s'obtient en multipliant l'aire d'une base par la hauteur en divisant le tout par 3 :

$$\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_{base} \times h}{3}$$

3 - Section plane

Section plane d'un cône de révolution : La section plane d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est une réduction de sa base.



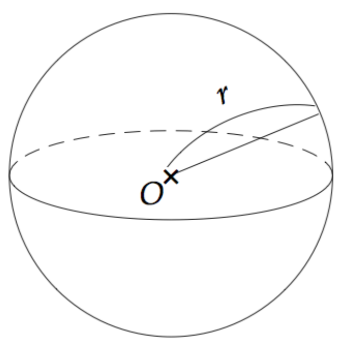
La nouvelle pyramide ainsi créée est une réduction de la pyramide initiale.

VI - Boule et sphère

1 - Volume d'une boule

Volume d'une boule : Le volume d'une boule de rayon r est égal à :

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$



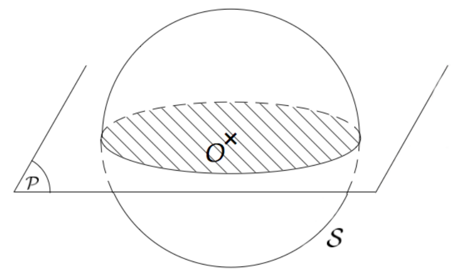
2 - Aire d'une sphère

Aire d'une sphère : Aire d'une sphère de rayon r est égal à :

$$\mathcal{A} = 4 \times \pi \times r^2$$

3 - Section plane

Section plane d'une sphère : La section plane d'une sphère de rayon r par un plan est un cercle de rayon compris entre 0 et r.



VII - Agrandissement et réduction

1 - Coefficients d'agrandissement et de réduction

Rapport de réduction : Le rapport de réduction d'une configuration est égal au rapport d'une longueur de la figure réduite par la longueur correspondante de la figure initiale.

Rapport d'agrandissement : Le rapport d'agrandissement d'une configuration est égal au rapport d'une longueur de la figure agrandie par la longueur correspondante de la figure initiale.

2 - Volume d'un agrandissement et d'une réduction

Volume d'un agrandissement et d'une réduction : Dans une réduction ou un agrandissement de coefficient k (k non nul), les volumes sont multipliés par k^3.