

ROTATIONS ET ANGLES

www.mathsbook.fr

I - LA ROTATION

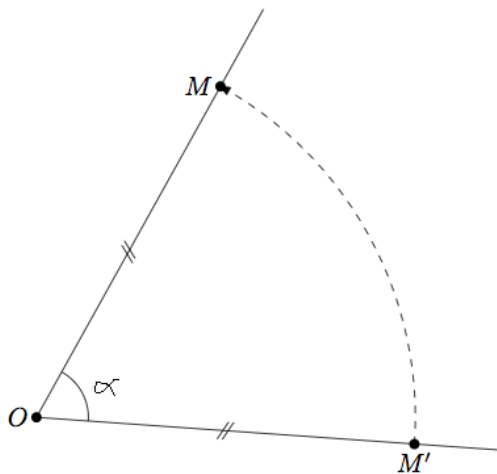
1 - DÉFINITION

Définition : Une **rotation** est une transformation géométrique définie par :

- un point : le **centre de rotation**,
- un angle,
- un sens de rotation, positif ou négatif.

De plus, l'image d'un point M par la rotation de centre O et d'angle α dans un sens négatif (sens des aiguilles d'une montre) ou positif est le point M' tel que :

$$OM = OM'$$
$$\widehat{MOM'} = \alpha$$



2 - PROPRIÉTÉS

Propriétés : Soient A, B, C et D quatre points du plan, et A', B', C' et D' leurs images respectives par une rotation.

- La rotation conserve les longueurs : $A'B' = AB$ ou $B'C' = BC$.
- La rotation conserve les angles : $\widehat{A'B'C'} = \widehat{ABC}$ ou $\widehat{D'A'C'} = \widehat{DAC}$.
- La rotation conserve les aires : le quadrilatère $A'B'C'D'$ a la même aire que le quadrilatère $ABCD$.
- La rotation conserve l'alignement : si A, B et C sont alignés, alors leurs images A', B' et C' le sont aussi.
- La rotation conserve les milieux : si I est le milieu du segment $[DC]$, alors on aura I' milieu du segment $[D'C']$.
- La rotation transforme un segment en un segment, une droite en une droite, une demi-droite en une demi-droite et un cercle en un cercle.

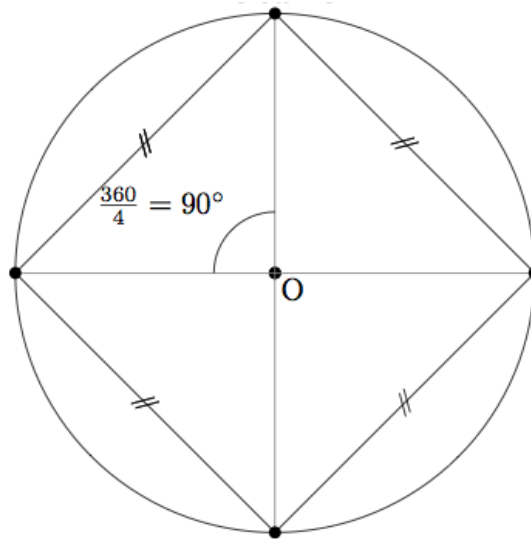
II - POLYGONES RÉGULIERS

Définition : Un **polygone régulier** est un polygone dont tous les sommets sont sur un même cercle et dont tous les côtés ont la même longueur.

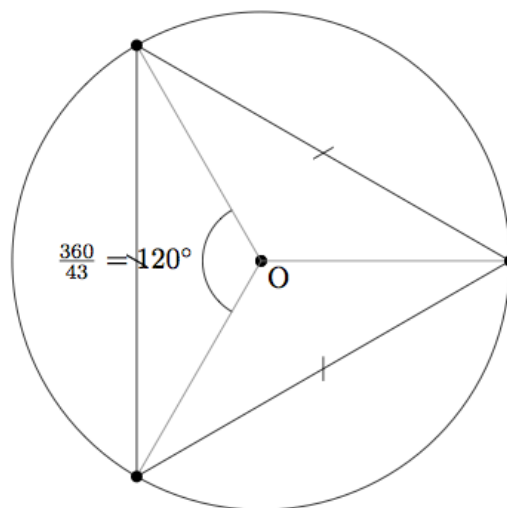
Tous les angles d'un polygone ont la même mesure.

Si n est le nombre de côtés d'un polygone régulier, alors l'angle au centre est égal à $\frac{360}{n}$.

Exemples : Le carré est un polygone régulier car il a quatre côtés égaux et il peut être dessiné dans un cercle avec ses quatre sommets sur ce cercle.

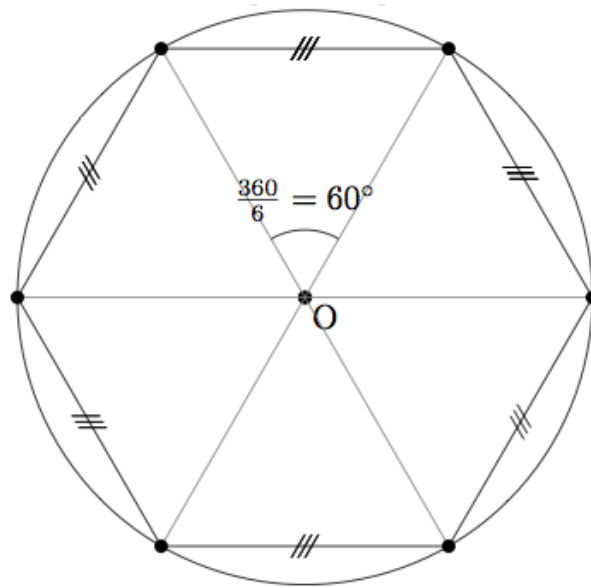


On connaît aussi le triangle équilatéral, avec ses trois côtés égaux, il pourrait être dans un cercle.

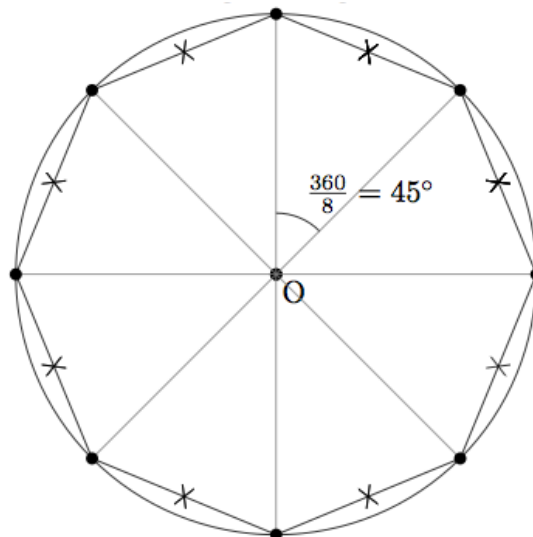


Voici deux nouveaux polygones réguliers à présent : l'**hexagone régulier** et l'**octogone régulier**.

L'hexagone régulier est un polygone à six côtés égaux, d'où le "hexa" qui signifie "six". Ses angles sont égaux à 60° .



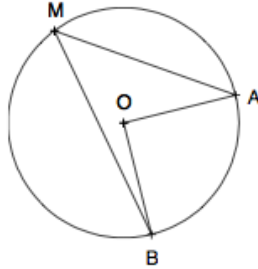
Quant à l'octogone régulier, il a 8 côtés égaux, d'où le "octo", et ses angles mesurent tous 45° .



III - ANGLES INSCRITS ET ANGLES AU CENTRE

Définition : Soient un cercle de centre O , A , B et M trois points de ce cercle.

- L'angle \widehat{AMB} est **inscrit** au cercle.
Les segments $[MA]$ et $[MB]$ sont des **cordes** du cercle.
- L'angle \widehat{AMB} **intercepte l'arc** AB .
- L'angle \widehat{AOB} est un **l'angle au centre**.
L'angle inscrit \widehat{AMB} et l'angle au centre \widehat{AOB} interceptent le même arc AB .



Théorème de l'angle inscrit : Dans un cercle, l'angle inscrit mesure la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.

Dans notre exemple :

$$\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$$

Deux angles inscrits qui interceptent le même arc sont égaux.